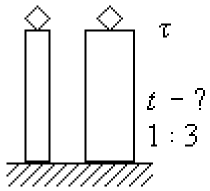
Второй (муниципальный) этап Всероссийской олимпиады школьников по физике
Ханты-Мансийский автономный округ – Югра
2020-2021 учебный год

Задание для 9-ого класса

1. Тонкая и толстая свечи



1. Тонкая и толстая свечи имеют одинаковую высоту. Известно, что через время τ = 15 мин тонкая свеча сгорает полностью, а толстая - наполовину своей высоты. Через какое время *t* длины свечей будут отличаться в 3 раза, если их поджечь одновременно?

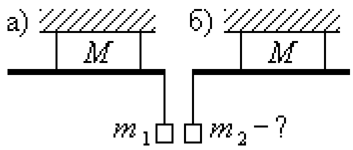
Решение:
Пусть *h* - начальная высота каждой свечи. Тогда скорости, с которой огонек бежит сверху вниз по тонкой и толстой свече, соответственно равны
$V_1 = h/\tau$,
$V_2 = (h/2)/\tau = h/(2\tau)$.
Через время *t* после поджога свечей их длины станут равными
$L_1 = h - V_1t = h - ht/\tau = h(\tau - t)/\tau$,
$L_2 = h - V_2t = h - ht/(2\tau) = h(2\tau - t)/(2\tau)$.
По условию задачи длины свечей должны отличаться в 3 раза и тогда получаем:
$L_2 = 3L_1$,
$h(2\tau - t)/(2\tau) = 3h(\tau - t)/\tau$,
$(2\tau - t) = 6(\tau - t)$,
$t = 4\tau/5 = 12$ мин.

Ответ: $t = 4\tau/5 = 12$ мин.

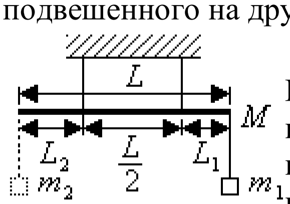
Критерии оценивания:

Шаги выполнения задания	Число баллов
Скорость первой свечи в зависимости от τ	1
Скорость второй свечи в зависимости от τ	1
Выражение для длины первой свечи	2
Выражение для длины второй свечи	2
Необходимое уравнение вида $L_2 = 3L_1$ в явном виде	2
Его решение	1
Ответ	1
Сумма баллов:	**10**

2. Опрокидывание висящего стержня



2. Опрокидывание висящего стержня. Однородный стержень массой $M = 6$ кг висит в равновесии на двух вертикальных нитях, расстояние между которыми равно половине длины стержня. Оказывается, что при подвешивании груза минимальной массы $m_1 = 9$ кг на один из концов стержня его равновесие нарушается, он "опрокидывается" (а). При какой минимальной массе груза m_2, подвешенного на другой конец стержня, его равновесие также нарушится (б)?



Решение:
Пусть *L* - длина стержня, L_1 и L_2 - расстояния между точками подвеса к стержню груза и соответствующей ближайшей нити, как показано на рисунке. В момент нарушения равновесия одна из нитей не натянута и стержень с грузом висит на другой нити. Тогда с

учетом того, что центр масс (центр тяжести) находится в середине стержня, условия равновесия относительно точки подвеса к стержню натянутой нити в двух случаях записываются в виде:

$m_1L_1 = M(L/2 - L_1)$,

$m_2L_2 = M(L/2 - L_2)$.

К этим уравнениям еще необходимо добавить следующее из задачи условие

$L_1 + L_2 = L/2$.

Остается из системы этих уравнений найти m_2. Для этого из первого и второго уравнений выражаем L_1 и L_2, подставляем в третье и после следующих преобразований окончательно получаем:

$L_1 = LM/[2(M + m_1)]$,

$L_2 = LM/[2(M + m_2)]$,

$LM/[2(M + m_1)] + LM/[2(M + m_2)] = L/2$,

$M/(M + m_1) + M/(M + m_2) = 1$,

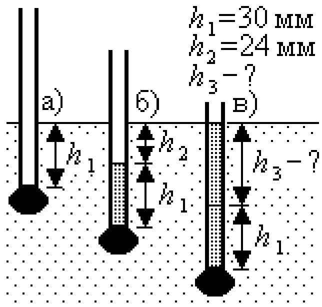
$M/(M + m_2) = 1 - M/(M + m_1) = m_1/(M + m_1)$,

$M + m_2 = M(M + m_1)/m_1$,

$m_2 = M(M + m_1)/m_1 - M = M^2/m_1 = 4$ кг.

Ответ: $m_2 = M^2/m_1 = 4$ кг.

3. Плавающая пробирка



3. Плавающая пробирка. Друзья решили выяснить, может ли в воде пробирка плавать в вертикальном положении с налитым в нее маслом так, чтобы уровень масла и "забортной" воды совпадал. Для этого они взяли тонкостенную пробирку с плоским дном и убедились, что пустая пробирка в вертикальном положении не плавает и заваливается на бок. Эта проблема легко решабельная, они прилепили снизу к пробирке кусочек пластилина и опустили ее в воду. Оказалось, что пустая пробирка с пластилином плавает в воде в вертикальном положении с погружением своего дна на глубину h_1 = 30 мм, как показано на рисунке (а). Далее они вытащили пробирку из воды и налили в нее слой масла толщиной h_1, как и глубина погружения, и опять опустили пробирку в воду. На этот раз оказалось, что уровень масла в плавающей пробирке не совпал с уровнем воды и был ниже на h_2 = 24 мм, как показано на рисунке (б). Ребята опять вытащили пробирку из воды и задумались, сколько же масла надо еще долить. Так, какой толщиной h_3 слой масла надо еще долить в пробирку, чтобы после ее опускания в воду уровень масла в плавающей пробирке совпадал с уровнем воды, как показано на рисунке (в)? Учтите, что плотности воды и масла не известны, так как мало ли какая вода и какое масло.

Решение:

Пусть $\rho_м$ и $\rho_в$ - плотность масла и воды соответственно, S - площадь поперечного сечения пробирки, которую из-за тонких стенок можно считать одинаковой внутри и вне пробирки. Тогда в положении (б) по сравнению с положением (а) масса масла равна $\rho_м Sh_1$, масса дополнительно вытесненной воды равна $\rho_в Sh_2$ и по условию плавания эти массы равны друг другу

$\rho_м Sh_1 = \rho_в Sh_2$.

В положении (в) опять по сравнению с положением (а) масса масла равна $\rho_м S(h_1 + h_3)$, масса дополнительно вытесненной воды равна $\rho_в Sh_3$ и по условию плавания эти массы также равны друг другу

$\rho_м S(h_1 + h_3) = \rho_в Sh_3$.

Остается из системы этих двух уравнений найти h_3. Для этого, например, после деления второго уравнения на первое получаем:
$(h_1 + h_3)/h_1 = h_3/h_2$,
$h_1h_2 + h_3h_2 = h_1h_3$,
$h_3 = h_1h_2/(h_1 - h_2) = 30\cdot24/(30 - 24) = 120$ мм.

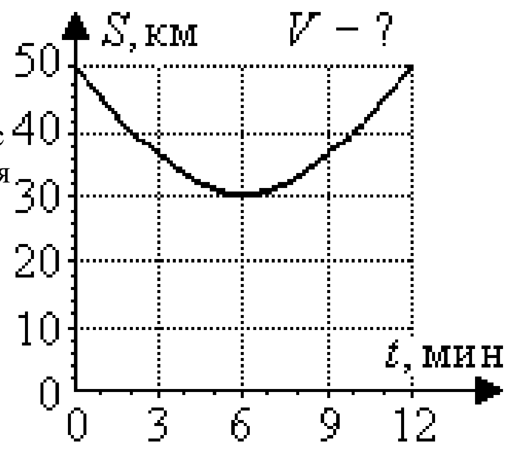
Ответ: $h_3 = h_1h_2/(h_1 - h_2) = 120$ мм.

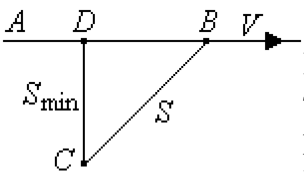
Критерии оценивания:

Шаги выполнения задания	Число баллов
Условие плавания $\rho_м S h_1 = \rho_в S h_2$	3
Условие плавания $\rho_м S(h_1 + h_3) = \rho_в S h_3$	3
Решение системы этих уравнений	3
Ответ	1
Сумма баллов:	**10**

4. Пролет самолета

4. Пролет самолета. Самолет пролетает прямым курсом мимо радиолокационной станции. Станция зафиксировала, что расстояние S от нее до самолета в зависимости от времени t изменяется в соответствии с представленным графиком. Какова скорость движения самолета?





Решение:

Пусть курс самолета проходит по прямой AB, станция находится в точке C, в некоторый момент самолет достиг точки B, $CB = S$ - расстояние от станции до самолета в некоторый момент, $CD = S_{min}$ - перпендикуляр к AB, который является минимальным расстоянием от станции до курса самолета, $DB = V\Delta t$ - перемещение самолета из точки D в точку B, Δt - время, за которое произошло это перемещение.

Тогда из теоремы Пифагора для прямоугольного треугольника следует:
$DB = (BC^2 - CD^2)^{1/2}$,
$V\Delta t = (S^2 - S_{min}^2)$,
$V = (S^2 - S_{min}^2)^{1/2}/\Delta t = (50^2 - 30^2)^{1/2}/0{,}1$ км/ч $= 400$ км/ч.

Здесь в последнюю формулу мы подставили следующие из графика задачи такие числовые значения:
$S_{min} = 30$ км (значение S при $t = 6$ мин),
$S = 50$ км (при $t = 12$ мин),
$\Delta t = 12$ мин - 6 мин = 6 мин = 0,1 ч.

Ответ: $V = 400$ км/ч.