11 КЛАСС

Задача 11.1. Пуля массой m пробивает закрепленную доску при минимальной скорости $v_0 = 10$ м/ с. С какой скоростью должна лететь пуля массой $m = 200$ г, чтобы пробить незакрепленную доску массой М $=$ 1кг, при этом пуля попадает в центр доски.

Возможное решение

Для закрепленной доски минимальная скорость соответствует условию:

$$A_{\text{тр}} = \Delta E_{\ kin}$$

$$-F_{\text{тр}} d = 0 - \frac{m v_0^2}{2} \quad , \quad (1)$$

где $d -$ толщина доски, v_0 —начальная скорость пули, m —ее масса.

Для незакрепленной доски запишем закон сохранения импульса и учтем, что пуля, с минимальной начальной скоростью пробьет доску и остановится относительно доски:

$$m\,u_0 = mv + Mv\,, \qquad (2)$$

$$v = \frac{m\,u_0}{m+M} \qquad (3)$$

где $M -$ масса доски, u_0 —начальная скорость пули, v — скорость доски и пули после взаимодействия.

Будем считать, что сила трения не зависит от скорости пули и доски, т.е. в обоих случаях одинаковая, толщина второй доски такая же, как и у первой. Тогда работа силы трения во втором случае будет такая же, как и в первом опыте:

$$-F_{\text{тр}} d = \frac{(m+M)v^2}{2} - \frac{m u_0^2}{2} \quad , \quad (4)$$

$$-\frac{m v_0^2}{2} = \frac{(m+M)v^2}{2} - \frac{m u_0^2}{2} \qquad (5)$$

$$\frac{m u_0^2}{2} = \frac{m v_0^2}{2} + \frac{(m+M)v^2}{2} \qquad (6)$$

Подставляя (3) в выражение (6), получим:

$$u_0 = v_0 \sqrt{\frac{M+m}{M}} = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \sqrt{\frac{1{,}2\ \text{кг}}{1\ \text{кг}}} \approx 11\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \qquad (7)$$

Критерии оценивания

Баллы	Содержание решения
	Записано условие минимальной скорости для закрепленной доски (1)
	Записан закон сохранения импульса для незакрепленной доски (2)
	Найдена скорость доски и пули после взаимодействия (3)
	Сформулированы условия одинаковости работы силы трения

	Найдена скорость пули после взаимодействия с незакрепленной доской (4)-(7)

Задача 11.2. Два плоских квадратных зеркала со сторонами a и $2a$ образуют прямой угол. На расстоянии a от маленького зеркала и на расстоянии $2a$ от большого расположен источник света (см. рис.). Найти область в плоскости рисунка, в которой можно наблюдать ровно 2 изображения источника в зеркалах.

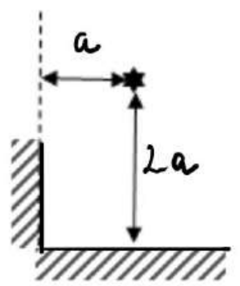

Рис. 1. К задаче 11.2

Возможное решение

Построим все изображения источника в зеркалах. Их будет 3: 1) изображение источника в первом (большом) зеркале, 2) изображение источника во втором (маленьком) зеркале, 3) изображение в первом зеркале, отражённое вторым зеркалом, совпадающее с изображением во втором зеркале, отражённым первым зеркалом (см. рис. 2). Первое изображение будет видно в области, заштрихованной на рис. 3. Второе изображение будет видно в области, заштрихованной на рис. 4. Третье изображение будет видно в области, заштрихованной на рис. 5. Область, где видно 2 изображения, заштрихована на рис. 6.

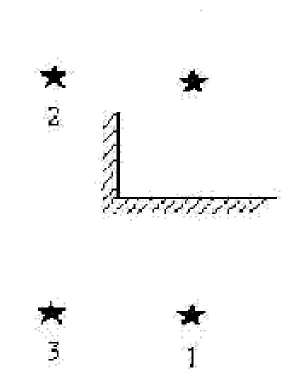

Рис. 2. К задаче 11.2

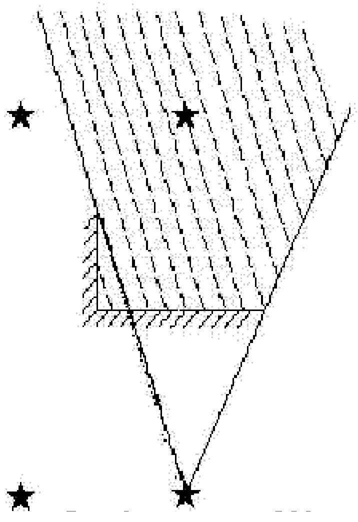

Рис. 3. К задаче 11.2

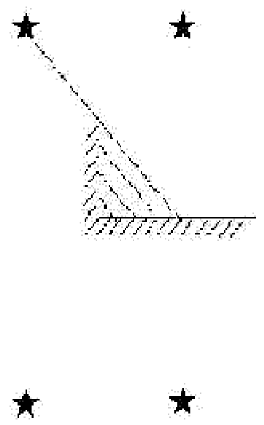

Рис. 4. К задаче 11.2

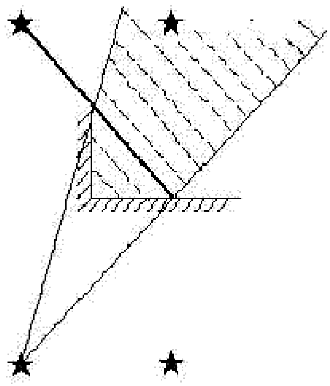

Рис. 5. К задаче 11.2

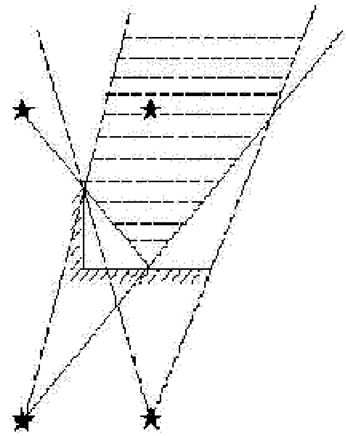

Рис. 6. К задаче 11.2

Критерии оценивания

Баллы	**Содержание решения**
	Построены все изображения источника в зеркалах (рис.2). Указано, что их -3
	Построена область, где видно 1 изображение (по 2 баллу за каждое) (рис.3-5)
	Построена область, где видно 2 изображения (рис.6)

Задача 11.3. Некоторое количество азота охлаждают так, что его давление меняется пропорционально его объему. Затем его нагревают при постоянном объеме до начальной температуры. Найдите отношение количества теплоты, отданного газом, к количеству теплоты, полученному им. Постройте график зависимости давления от объема. Азот при рассматриваемых температурах можно считать идеальным газом.

Возможное решение

График зависимости давления от объема показан на рис.1. Азот – двухатомный газ, поэтому его внутренняя энергия равна

$$U = \frac{5}{2}\nu RT$$

По условию, охлаждение азота происходит в процессе, который на диаграмме показан как процесс 1-2, в котором давление меняется пропорционально объему, то есть

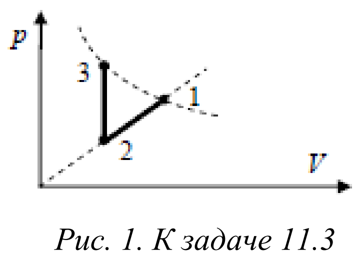

Рис. 1. К задаче 11.3

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_2}{V_1} \qquad \Rightarrow \qquad p_2 = p_1\frac{V_2}{V_1} \qquad (1)$$

Изменение температуры азота в этом процессе можно вычислить с использованием уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$\Delta T_{12} = T_2 - T_1 = \frac{p_2V_2}{\nu R} - \frac{p_1V_1}{\nu R} \qquad (2)$$

С учетом уравнения процесса (1) найдем:

$$\Delta T_{12} = \frac{p_1\left(V_2{}^2 - V_1{}^2\right)}{\nu R V_1} \qquad (3)$$

Т.к. $V_2 < V_1$ понятно, что $\Delta T_{12} < 0$. Тогда изменение внутренней тоже отрицательно:

$$\Delta U_{12} = \frac{5}{2}\nu R \Delta T_{12} = \frac{5}{2}\frac{p_1\left(V_2{}^2 - V_1{}^2\right)}{V_1} \qquad (4)$$

Работу в этом процессе можно найти как площадь под pV −диаграммой процесса:

$$A_{12} = \frac{p_1 + p_2}{2}(V_2 - V_1) = \frac{p_1\left(V_2{}^2 - V_1{}^2\right)}{2V_1} = \frac{1}{2}\nu R \Delta T_{12} \qquad (5)$$

Заметим, что работа также отрицательная. Теперь найдем количество теплоты в процессе 1-2:

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = \frac{1}{2}\nu R \Delta T_{12} + \frac{5}{2}\nu R \Delta T_{12} = 3\nu R \Delta T_{12} \qquad (6)$$

Молярная теплоемкость в таком процессе постоянна и равна $3R$, такой процесс называется политропным.

Процесс 2-3 изохорный, и для него:

$$Q_{23} = \Delta U_{23} = \frac{5}{2}\nu R \Delta T_{23}, \quad A_{23} = 0 \qquad (7)$$

Так как $\Delta T_{12} = -\Delta T_{23}$, то

$$Q_{23} = -\frac{5}{2}\nu R \Delta T_{12} \qquad (8)$$

Тогда искомое отношение

$$\frac{|Q_{12}|}{Q_{23}} = \frac{6}{5} \qquad (9)$$

Критерии оценивания

Баллы	**Содержание решения**
	Построен график процессов
	Указана линейная зависимость давления от объема (1)
	Найдено изменение внутренней энергии в процессе 1-2 (4)
	Найдена работа в процессе 1-2 (5)
	Найдено количество теплоты в процессе 1-2 (6)
	Найдено количество теплоты в процессе 2-3 (7)
	Показано, что $\Delta T_{12} = -\Delta T_{23}$
	Найдено отношение количества теплоты, отданного газом, к количеству теплоты, полученному им (9)

Задача 11.4. Фиксики Симка и Нолик изучали движение тел с помощью сконструированного ими датчика скорости. Нолик забрался на крышу высотного здания и стрелял пневматического пистолета вертикально вверх маленьким шариком. А Симка с помощью датчика измеряла скорость и построила график проекции на вертикальную ось скорости шарика от времени (рис.1). К сожалению, она указала масштаб только на оси времени, а на оси проекции скорости забыла. Как Симка и Нолик все-таки сумели воспользоваться этим графиком? Найдите начальную скорость шарика и скорость, с которой он упал на землю. Ветра в день эксперимента не было. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

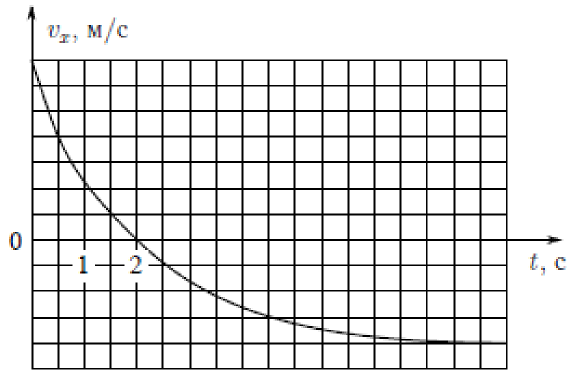

Рис.1 К задаче 11.4

Возможное решение

Если бы шарик двигался только под действием силы тяжести, то его ускорение было бы постоянным и равным ускорению свободного падения, а проекция скорости на вертикальную ось менялась бы со временем линейно. Однако из графика видно, что это не так. Значит, на шарик действует ещё и сила сопротивления воздуха, явное выражение для которой неизвестно.

$$mg - F_{\text{сопр}} = ma \qquad (1)$$

Сила сопротивления воздуха является силой вязкого трения, а действие вязкого трения испытывают только движущиеся тела. Значит, можно явно указать момент, когда сила сопротивления воздуха равна нулю – это момент наивысшего подъёма шарика, когда его скорость обращается в ноль.

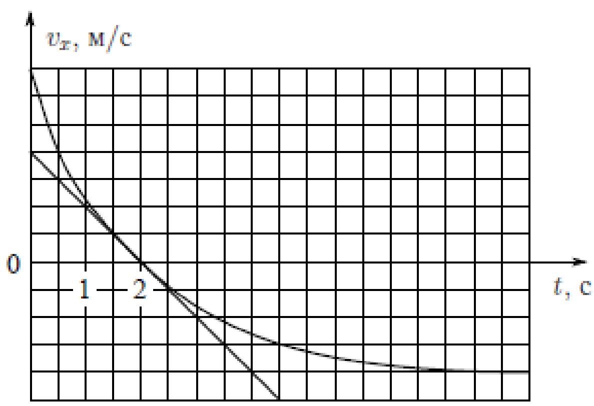

Рис. 2. К задаче 11.3

Таким образом, в момент, когда проекция скорости на вертикальную ось равна нулю, модуль проекции ускорения на вертикальную ось равен модулю ускорения свободного падения $g = 10$ м/с^2.

$$v = 0 \implies F_{\text{сопр}} = 0 \quad \implies a = g \qquad (2)$$

Проекция ускорения на вертикальную ось – это угловой коэффициент касательной к графику проекции скорости. Построением находим (рис. 2) угловой коэффициент касательной, проведённой к графику в точке, где проекция скорости шарика обращается в ноль:

$$a = g = \frac{4\text{ дел}}{2\text{с}} = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \quad \Longrightarrow \quad 1\text{дел} = 5\,\frac{\text{м}}{\text{с}} \qquad (3)$$

Итак, одно деление вертикальной оси соответствует 5 м/с. Теперь, когда известен масштаб, можем определить искомые значения начальной скорости $v_0 = 7\text{ дел} = 35\text{ м/с}$ и скорости, с которой шарик упал на землю, $v_{\text{кон}} = -4\text{ дел} = -20\text{ м/с}$.

Критерии оценивания

Баллы	**Содержание решения**
	Сделан вывод из анализа графика о действии силы сопротивления воздуха
	Найдена точка, в которой $F_{\text{сопр}} = 0$ и найдено ускорение тела в этой точке
	Найден масштаб оси проекции скорости (3)
	Найдена начальная скорость
	Найдена конечная скорость

Задача 11.5. Проволочный квадрат со стороной L имеет проводящую перемычку, расположенную по диагонали (см. рис.). В левую и правую части квадрата включены конденсаторы с ёмкостями C_1 и C_2. Квадрат помещён в нарастающее линейно со временем магнитное поле с индукцией $B(t) = B_0{\cdot}t/T$, перпендикулярное его плоскости. В некоторый момент времени перемычку убирают и прекращают изменять магнитное поле. Определите установившиеся заряды на конденсаторах.

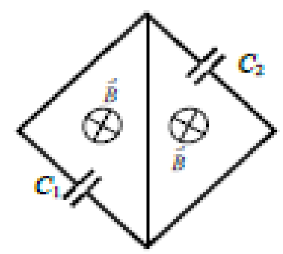

Рис. 1. К задаче 11.5

Возможное решение

Проволочный квадрат со стороной L имеет проводящую перемычку, расположенную по диагонали (см. рис.1) можно представить как два треугольных контура, каждый площадью $S = {\cdot}L^2/2$.

Магнитный поток, пронизывающий каждый контур, меняется со временем как:

$$\Phi(t) = SB_0{\cdot}\frac{t}{T} \qquad (1)$$

При этом в каждом контуре поддерживается ЭДС индукции:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}; \qquad |\,\mathcal{E}| = \frac{SB_0}{T} = \frac{L^2B_0}{2T} \qquad (2)$$

В каждом контуре возникает ЭДС индукции и, если бы в цепи мог пойти ток, он создавал бы поле, направленное на нас, а ток имел бы в каждом контуре направление против часовой стрелки. Поскольку контуры разорваны конденсаторами, тока в цепи нет, но конденсаторы заряжены так, что положительные заряды на верхней пластинке конденсатора C_1 и на нижней пластинке конденсатора C_2. При этом на противоположных пластинах конденсаторов образуются соответствующие отрицательные заряды.

$$q_1 = \mathcal{E}C_1\ ; \qquad q_2 = -\mathcal{E}C_2 \qquad (3)$$

После того как уберут перемычку и прекратят изменять поле, заряды q_1 и q_2 будут перераспределяться между C_1 и C_2 до тех пор, пока разность потенциалов между соединенными пластинами не станет равной нулю, т.е. пока напряжения на конденсаторах не сравняются. Установившиеся заряды на пластинах будут определяться условиями:

$$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \quad - \text{равенство напряжений} \qquad (4)$$

$$q_1 + q_2 = Q_1 + Q_2 \quad - \text{закон сохранения электрического заряда} \qquad (5)$$

Решая совместно (4) и (5), используя выражение (1) для $\mathcal{E}$ можно найти заряды Q_1и Q_2:

$$Q_1 = \frac{L^2 B_0 C_1}{2T}\,\frac{(C_1 - C_2)}{C_1 + C_2} \qquad (6)$$

$$Q_2 = \frac{L^2 B_0 C_2}{2T}\frac{(C_1 - C_2)}{C_1 + C_2} \qquad (7)$$

Критерии оценивания

Баллы	Содержание решения
	Описана физическая картина до момента снятия перемычки
	Записан закон электромагнитной индукции для каждого контура (2)
	Найдены начальные заряды на конденсаторах (3)
	Описана физическая картина после снятия перемычки
	Записано равенство напряжений (4)
	Записан закон сохранения электрического заряда (5)
	Найдены конечные заряды на конденсаторах (6) и (7)