2013 год

Всероссийская олимпиада школьников по астрономии
Муниципальный этап

Решения к задачам
11 класс

Решение задачи 1.
К Солнцу в два с лишним раза сильнее**.** Земля и Луна притягиваются к Солнцу не порознь, а как одно тело. Точнее говоря, к Солнцу притягивается общий центр тяжести системы Земля-Луна, называемый барицентром. Он и обращается вокруг Солнца по эллиптической орбите. Земля и Луна обращаются вокруг барицентра, совершая полный оборот за месяц. По остроумному выражению замечательного популяризатора точных наук Я.И.Перельмана, Солнце «не вмешивается во внутренние отношения Земли и Луны, «точнее – почти не вмешивается».

Решение задачи 2.
Так как расстояние между звездами все время остается постоянным и равным 2*R*, то
$\frac{mv^2}{R} = G\frac{mm}{(2R)^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{4R}}$.

Решение задачи 3.
Разделим движение ракеты на два этапа. На первом этапе движение будем рассматривать в системе отсчета, в которой Земля неподвижна, пренебрегая при этом неоднородностью поля солнечного тяготения. Считая массу Земли $\mathbf{M_З}$ бесконечно большой по сравнению с массой ракеты **m**, запишем уравнение энергии в виде

$$\frac{mv^2}{2} - G\frac{mM_З}{R_З} = \frac{mv_\infty^2}{2},$$

где **v** − скорость ракеты у поверхности Земли, $\mathbf{R_З}$ − радиус Земли, $\mathbf{v_\infty}$ − скорость ракеты в тот момент, когда она практически выходит из зоны действия земного тяготения. Выразим потенциальную энергию ракеты через круговую скорость спутника Земли, движущегося по круговой орбите вблизи ее поверхности:

$$G\frac{mM_З}{R_З} = mv_к^2.$$

Тогда

$$v_\infty^2 = v^2 - 2v_к^2.$$

На втором этапе, после того как ракета выйдет из зоны земного тяготения, будем рассматривать ее движение в гравитационном поле Солнца. Скорость ракеты в системе координат, связанной с Солнцем, векторно складывается из скорости $\mathbf{v_\infty}$ и скорости кругового движения Земли вокруг Солнца **V**. Найдем, какую скорость (параболическую) $\mathbf{v_п}$ должно иметь тело на земной орбите, чтобы уйти из Солнечной системы. По закону сохранения энергии имеем

$$\frac{mv_n^2}{2} - G\frac{mM_C}{R_{3C}} = 0,$$

откуда

$$v_n = \sqrt{2G\frac{M_C}{R_{3C}}} = \sqrt{2}V.$$

Очевидно, что минимальное значение скорости ракеты $\mathbf{v_{min}}$ должно быть в том случае, когда ее скорость направлена вдоль скорости Земли, т.е.

$$v_n = v_\infty + V.$$

После подстановки выражений для $\mathbf{v_п}$ и $\mathbf{v_\infty}$ получим

$$v_{\min} = \sqrt{2v_к^2 + V^2(\sqrt{2}-1)^2}.$$

Поскольку

$$V = \frac{2\pi R_{3C}}{T} \approx 30\frac{км}{с},$$

а $\mathbf{v_к = 7{,}9\ км/с}$, то $\mathbf{v_{min} = 16{,}7\ км/с}$.

Решение задачи 4.

Такой связи нет. Планетарные туманности получили такое название из-за того, что некоторые из них напоминали диски планет. Из-за наличия в своем спектре запрещенных линий азота и кислорода некоторые туманности напоминали диски Урана и Нептуна еще и по цвету. К тому же, круглая туманность с яркой звездой посередине наводила некоторых астрономов эпохи Гершелей на мысль, что это – формирующаяся в соответствии с гипотезой Канта и Лапласа планетная система. Но все это – лишь кажущееся сходство двух совершенно разных типов небесных объектов.

Решение задачи 5.

В недрах Солнца много водорода, для горения которого температуры в 15 млн К вполне достаточно. А в недрах Сириуса В водород уже выгорел в процессе эволюции этой звезды, и там есть только гелий с примесью более тяжелых элементов. Для горения гелия температуры в 40 млн К недостаточно.

Решение задачи 6.

Скорость суточного движения Земли направлена с запада на восток и равна

$$v_0 = \frac{2®R\cos¨}{T_0}.$$

Здесь R — радиус Земли, T_0 — период ее вращения вокруг своей оси. На широте ¨=60° эта скорость составляет 835 км/ч. Движение пассажира поезда вокруг оси Земли будет происходить на 60 км/ч медленнее, и его скорость v составит 775 км/ч, что увеличит продолжительность солнечных суток до

$$T = \frac{2®R\cos¨}{v},$$

то есть до 25.85 часов. В день весеннего равноденствия световой день будет длиться ровно половину солнечных суток (если не учитывать рефракцию), то есть для пассажира поезда он составит $12.93^ч$ или $12^ч56^м$.