Всероссийская олимпиада школьников по астрономии
Муниципальный этап, 2014-2015 г.г.
11 класс

Ответы:

Задание 11.1. С помощью таблицы «Характеристики планет» (см. приложение к заданиям) можно примерно оценить расстояние между планетами как разность длин полуосей их орбит:

$$L = 778.3\ млн.км - 149.6\ млн.км \approx 630\ млн.км.$$

Сообщение о событии «включился фонарик» распространяется со скоростью света (носителем сообщения является свет фонарика).

Следовательно, событие может быть зафиксированное на Земле через время

$$t \approx 630\ млн.км./\ 300\ 000\ км/с \approx 2100 с = 35 минут.$$

Задание 11.2. Сириус (α Большого Пса) – Южное полушарие, Канопус (α Киля) – Южное полушарие, Толиман (α Центавра) – Южное полушарие, Арктур (α Волопаса) – Северное полушарие, Вега (α Лиры) – Северное полушарие.

Задание 11.3. Так как объект находится в полюсе эклиптики, то в течение года за счет аберрации он описывает на небесной сфере окружность с радиусом, равным величине годичной аберрации - 20″. Если эта величина неизвестна, ее можно получить из выражения для аберрации

$$\pm = \frac{v}{c}\sin^{-},$$

где v - скорость движения наблюдателя относительно объекта (в данном случае орбитальная скорость Земли, около 30 км/с), c - скорость света, θ - угол между направлением движения наблюдателя и направлением на объект (так как объект в полюсе эклиптики, $\theta = 90^{\circ}$), σ - аберрационный угол в радианах.

Поскольку расстояние до объекта в парсеках $r = 1/p$, где p - годичный параллакс в секундах, получаем, что расстояние до объекта составляет 1/20 пк.

Задание 11.4. Ускорение силы тяжести на поверхности звезды

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

где M - масса звезды, R - ее радиус, G - гравитационная постоянная. Отсюда

$$M = \frac{R^2 g}{G}$$

и для решения задачи надо найти радиус звезды. Известно, что светимость звезды L можно найти как

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4,$$

где σ - постоянная Стефана-Больцмана, и задача сводится к нахождению светимости. По формуле Погсона отношение светимостей звезды L и Солнца $L_\odot$ (светимость Солнца равна $4 \cdot 10^{26}$Вт) равно

$$\frac{L}{L_\odot} = 10^{0.4\,(M_\odot - M)},$$

где M - абсолютная звездная величина звезды, $M_\odot$ - абсолютная звездная величина Солнца (примерно равная $+5^m$). Далее пользуемся соотношением между видимой и абсолютной звездными величинами $M = m - 5\lg r + 5$, где r - расстояние до звезды в парсеках. Последнее находим из равенства $r = 1/p$. Собирая все вместе, получаем окончательный результат:

$$M = \frac{g}{G \cdot 4\pi\sigma T^4} L_\odot \cdot 10^{0.4(M_\odot - (m + 5\lg p + 5))}.$$

Задание 11.5. Известно, что нейтральный водород излучает на длине волны 21 см. Все остальные возможные линии излучения водорода находятся в намного более коротковолновых областях, поэтому других разумных вариантов отождествления наблюдаемой линии не имеется. Объект, по условию, является внегалактическим, поэтому разница между наблюдаемой и

лабораторной длинами волн излучения должна объясняться космологическим красным смещением (второй возможный вариант - удаление сравнительно близкого облака от нас со скоростью, сравнимой со скоростью света - нереалистичен).

Воспользуемся законом Хаббла для оценки расстояния до облака. Как известно, $cz=Hr$, где c - скорость света, $z= \Delta\lambda/\lambda$ - красное смещение, r - расстояние до объекта, H - постоянная Хаббла (примем ее значение равным 70 км/с/Мпк). Тогда расстояние до объекта составляет $r \approx 1.4 \cdot 10^3$ Мпк.

Из определения парсека следует, что на расстоянии $1.4 \cdot 10^9$ пк под углом 1″ видно расстояние $1.4 \cdot 10^9$ а.е. Следовательно, характерный радиус облака составляет $3 \cdot 10^9$ а.е. Ширина спектральной линии позволяет найти характерную скорость v движения атомов в облаке. Линия расширяется из-за допплеровского смещения, поэтому $v/c=\Delta\lambda/\lambda$ где λ=28 см (края линии тоже меняют длину волны из-за космологического красного смещения, поэтому сравнивать ширину линии нужно именно с наблюдаемой длиной волны), $\Delta\lambda$= 0.05мм (половина ширины линии). Отсюда получаем $v \approx 50$ км/с.

Найдем связь между характерной скоростью и массой облака. Все частицы облака движутся по некоторым орбитам вокруг центра облака. Очевидно, что максимальную скорость будут иметь частицы, находящиеся на границе облака, причем их скорость можно приближенно оценить как круговую скорость движения вокруг массы M на орбите радиуса R.

Тогда $v^2=GM/R$.

Отсюда $M = \dfrac{Rv^2}{G} \approx 10^{10} M_{\odot}$.

Задание 11.6 Начнем с выяснения, почему радиус орбиты спутника с прожектором вообще должен быть меньше при том же периоде. Так как на спутнике установлен направленный прожектор, то спутник представляет собой «фотонную ракету» (хотя и очень малой мощности), двигатель которой

постоянно включен и придает спутнику дополнительное ускорение вверх, вследствие чего эффективное ускорение силы тяжести для спутника оказывается меньше, чем обычное. Ускорение при движении по круговой орбите может быть вычислено как

$$g = \frac{GM}{R^2},$$

где G - гравитационная постоянная, M - масса Марса, R - радиус орбиты. Так как изменения ускорения и радиуса орбиты малы, можно вычислить дифференциалы обеих частей равенства. При малом изменении радиуса орбиты dR изменение ускорения составит

$$dg = -2\frac{GM}{R^3}\,dR,$$

или

$$dR = -\frac{R^3}{2GM}\,dg.$$

Отметим, что аналогичный результат можно получить и без использования дифференциалов, однако запись промежуточных выкладок станет более громоздкой. Изменение ускорения dg можно получить следующим образом. Каждый фотон с энергией $h\nu$ (ν - частота фотона, h - постоянная Планка), покинувший прожектор, придает прожектору импульс $h\nu/c$, направленный в сторону, противоположную направлению вылета фотонов (c - скорость света). Если мощность излучения прожектора L, то за единицу времени прожектор получит импульс L/c, а импульс, переданный телу за единицу времени - это сила, которая на него действует. Таким образам, соответствующее ускорение

$$dg = \frac{L}{c \cdot m},$$

где m - масса спутника с прожектором. Осталось вычислить выражение

$$\frac{R^3}{2GM}$$

для ареостационарной орбиты. Записывая для нее III закон Кеплера

$$\frac{P^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM},$$

получаем, что

$$\frac{R^3}{2GM} = \frac{P^2}{8\pi^2}.$$

Итоговое выражение имеет вид:

$$dR = -\frac{P^2}{8\pi^2} \cdot \frac{L}{c \cdot m},$$

при подстановке данных получаем численный ответ: разность радиусов орбит составляет примерно 3 км.