

Всероссийская олимпиада школьников

II (муниципальный) этап

Астрономия, 2015 год

10-11 классы

Критерии проверки

Все задания по 8 баллов

Задание 1 (8 баллов)

Телескоп-рефлектор с диаметром зеркала в 1 метр позволяет увидеть звёзды до 20 звёздной величины. Звёзды до какой звёздной величины можно увидеть на аналогичном телескопе диаметром 2 метра?

Решение

При увеличении радиуса зеркала в 2 раза его площадь, а значит и количество собираемой энергии возрастает в 4 раза. Значит в него можно будет увидеть звёзды вплоть до

$$m_2 = m_1 + 2,5 \log_{10} \left(\frac{4}{1} \right) \approx 21,5^m$$

Ответ: 21,5^m

Ориентировочные критерии оценивания

Два балла ставится за знание того что вдвое большее зеркало соберёт вчетверо больше света

Четыре балла за знание формулы для расчёта звёздных величин

Два балла за окончательный расчёт

Задание 2 (8 баллов)

Планетоид, имеющий форму шара, состоит из камня средней плотность 3 г/см³. Атмосферы у него нет. Пуля из пистолета при горизонтальном выстреле со скоростью 300 м/с выходит на круговую орбиту вокруг него. Найти орбитальный период этой пули

Решение

Прежде всего найдём радиус планетоида. Пусть он равен R. Тогда его масса равна

$M = \rho \cdot 4/3 \pi R^3$. Для того, что бы объект двигался по круговой орбите сила тяжести, действующая на него должна быть как раз равна произведению массы объекта на необходимое центростремительное ускорение, то есть

$$G \frac{M m}{R^2} = m \frac{V^2}{R}$$

$$G \rho \frac{4}{3} \pi R^2 = V^2$$

$$R = \sqrt{\frac{3V^2}{4\pi G \rho}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 300^2}{4 \cdot 3,14 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 3000}} \approx 328 \text{ километров}$$

Тогда протяженность орбиты равна $2\pi R \approx 2060$ километров, и пуле со скоростью 300 м/с потребуется примерно 6900 секунд что бы сделать один оборот

Ответ: 6900 секунд

Ориентировочные критерии оценивания

Два балла ставится за продемонстрированное понимание механизма работы круговой орбиты

Два балла за применение формулы всемирного тяготения

Два балла за нахождение размера либо массы планетоида

Два балла за окончательный расчёт

Задание 3 (8 баллов)

На каком расстоянии от Солнца его видимая яркость становится равна видимой яркости полной Луны на Земле?

Решение

Видимая звёздная величина Луны в полнолуние составляет $-12,7^m$. Видимая звёздная величина Солнца $-26,8^m$. То по формуле для расчёта изменения видимой звёздной величины с расстоянием получаем

$$\Delta m = -2,5 \log_{10} \left(\frac{I_1}{I_2} \right) = -2,5 \log_{10} \left(\frac{R_2^2}{R_1^2} \right) = -5 \log_{10} \left(\frac{R_2}{R_1} \right)$$
$$R_2 = R_1 \cdot 10^{-0,2 \Delta m} = R_1 \cdot 0,63^{\Delta m} = 1 \cdot 0,63^{-26,8+12,7} \approx 675 \text{ а.е.}$$

Ответ: 675 а.е.

Ориентировочные критерии оценивания

Два бала за знание того что поток энергии ослабляется пропорционально квадрату расстояния

Четыре балла за корректно применённую формулу расчёта звёздных величин

Два бала за окончательный расчёт

Задание 4 (8 баллов)

Спутник движется вокруг земли по замкнутой орбите. Его период равен 12 часов, а высота перигея 500 километров. Найти высоту апогея этого спутника над поверхностью Земли.

Решение

Согласно первому закону Кеплера его орбита будет эллипсом с центром Земли в одном из фокусов. Сравним его с геостационарными спутниками по 2 закону Кеплера

$$\frac{T_{\text{спутника}}^3}{T_{\text{ГС}}^3} = \frac{a_{\text{спутника}}^2}{a_{\text{ГС}}^2}$$
$$\frac{12^3}{24^3} = \frac{a_{\text{спутника}}^2}{42000^2}$$
$$a_{\text{спутника}} = 42160 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \approx 14900 \text{ км}$$

Раз большая полуось орбиты этого спутника равна 14900 км, то большая ось равна 29800 км, но расстояние перигея от центра Земли $6370+500=6870$ км, то расстояние апогея от центра Земли $14900 - 6870=8030$, а его высота над поверхностью Земли

$$8030 - 6370 = 1660 \text{ км}$$

Ответ: 1660 километров

Ориентировочные критерии оценивания

Два балла за корректную запись законов Кеплера

Три балла за расчёт большой полуоси орбиты спутника

Три балла за расчёт высоты апогея.

Задание 5 (8 баллов)

Некоторая галактика наблюдается как диск с угловым размером около $\alpha=0,5'$, а красное доплеровское смещение в спектрах этой галактики составляет 2% ($dl/l=0,02$). Оценить размеры этой галактики. Постоянную Хаббла считать равной $H=75$ км/с-Мпк.

Решение

Так как доплеровское смещение составляет 2%, значит скорость, с которой эта галактика удаляется от нас составляет 2% от скорости света то есть $V=0,02 \cdot 300000=6000$ км/с. То расстояние до этой галактики равно $L=V/H=6000/75=80$ Мпк $\approx 261 \cdot 10^6$ св.год . Значит размеры этой галактики $l=L \sin(0,5')=261000000 \sin(0,5') \approx 38000$ св.лет

Ответ: Диаметр галактики 38000 световых лет

Ориентировочные критерии оценивания

Три балла за понимание что такое доплеровское смещение и расчёт скорости удаления галактики

Три балла за понимание что такое постоянная Хаббла и расчёт расстояния до галактики

Два балла за расчёт её размера

Задание 6 (8 баллов)

На небе имеется около 160 тысяч звезд ярче 10^m . Считая, что они распределены по небу равномерно, оцените, как часто происходит их покрытие Луной

Решение

Среднее расстояние от Земли до Луны $R=384400$ км, радиус Луны $r=1738$ км. Это означает что ширина полосы, заметаемой при движении Луны составляет $2 \arctan(r/R) \approx 0,5^\circ$. Луна совершает один оборот вокруг Земли за 27,3 суток, то есть за одну секунду она проходит

$\frac{360^\circ}{27,3 \cdot 24 \cdot 3600} \approx 0,00015^\circ$. То есть за секунду луна замечает примерно $7,5 \cdot 10^{-5}$ градусов в квадрате, а общая угловая площадь небесной сферы 720 градусов в квадрате, то есть за одну секунду Луна замечает примерно $\frac{7,5 \cdot 10^{-5}}{720} \approx 10^{-7}$ часть небесной сферы. Шанс что в эту область попадёт звезда составляет $160000 \cdot 10^{-7} \approx 0,017$, то есть в среднем придётся ждать $\frac{1}{0,017} \approx 59$ секунд, то есть примерно 1 минуту

Ответ: В среднем один раз в 59 секунд

Ориентировочные критерии оценивания

Два балла ставится за придумывание корректного метода расчёта

Четыре балла за расчёт заметаемой Луной площади

Два балла за окончательный расчёт