

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по астрономии
в 2015/2016 учебном году**

10 класс

Решения

№ 1. «Как правильно говорить?»

Условие. Какое из ниже представленных утверждений является корректно сформулированным?

- 1) «Космическая станция отправилась в созвездие Гончие Псы».
 - 2) «Космическая станция отправилась в направлении созвездия Гончие Псы».
- Свой ответ обоснуйте.

Решение. Созвездие – это участок небесной сферы (или некоторый диапазон направлений в пространстве) со всеми проецирующимися на него с точки зрения земного наблюдателя небесными объектами. *Созвездие не является определенной областью в космическом пространстве!* Поэтому утверждение «Космическая станция отправилась в созвездие Гончие Псы» (здесь «Гончие Псы» выступает как область пространства, определенное место) является некорректно сформулированным по смыслу. Правильно говорить следует так «Космическая станция отправилась в направлении созвездия Гончие Псы».

Рекомендации для жюри. Выбор верного утверждения, без обоснования ответа, оценивается в 2 балла. Важно правильное понимание термина «созвездие». Подробное правильное обоснование своего выбора оценивается еще в 6 баллов. Неполное, но правильное обоснование оценивается 1 ÷ 5 баллами, на усмотрение членов жюри. Если дано обоснование (в том числе и развернутое), но в корне неправильное, то баллы за него не выставляются!

№ 2. «Новый год и Старый Новый год»

Условие. В России и ряде других государств (Белоруссия, Украина, Грузия, Молдавия, Армения, Казахстан) наряду с Новым годом (в ночь с 31 декабря на 1 января) отмечается странный праздник – «Старый Новый год» (в ночь с 13 января на 14 января). Каковы исторические причины его возникновения? Почему два праздника отстоят друг от друга на 13 суток?

Решение. Старый Новый год – это Новый год по юлианскому календарю (старому стилю). До 1918 года Россия и ряд других государств использовали юлианский календарь, который обладает весьма большой погрешностью: он отстает от тропического года и дает ошибку в одни сутки (запаздывание) в 128 лет. Это приводит к необратимому смещению сезонов года относительно календаря. Стремление усовершенствовать летоисчисление привело к введению в 1582 году нового более совершенного календаря – григорианского, по указанию папы римского Григория XIII.

После 1918 года, когда в РСФСР декретом Совнаркома было введено новое григорианское летоисчисление (после 31.01.1918 наступило 14.02.1918), возникла традиция отмечать старый Новый год (этой традиции менее 100 лет), который приходился прежде на первое января по старому стилю.

К моменту введения григорианского календаря ошибка (запаздывание), накопленная в юлианском календаре, составляла уже 13 суток. Чтобы их устранить был произведен сдвиг временной шкалы вперед на 13 суток.

Рекомендации для жюри. Указание что данный праздник является Новым годом по юлианскому календарю – оценивается в 2 балла. Корректное изложение истории смены календарей на территории России, с указанием причины (значительная погрешность юлианского календаря) оценивается в 3 балла. Обоснование существования ошибки юлианского календаря в 13 суток (на 1918 год) и ее устранение посредством сдвига шкалы времени оценивается в 3 балла.

№ 3. «Запуск космических аппаратов и земной экватор»

Условие. Почему космические аппараты удобнее запускать с космодромов, расположенных вблизи экватора?

Решение. Любой космический аппарат (КА), запускаемый с космодрома, в конечном счете, должен быть выведен на околоземную (финальную или промежуточную) орбиту. Для пребывания на орбите КА должен обладать скоростью (следовательно, и кинетической энергией), не меньшей первой космической скорости, определяемой относительно центра Земли. Очевидно, что чем больше будет его начальная скорость относительно центра Земли, тем меньше потребуется ракетного топлива для достижения необходимой скорости и выхода на орбиту. Скорость точки поверхности Земли (КА на старте) на широте φ определяется выражением вида:

$$V_0 = \frac{2\pi R_{\oplus} \cos \varphi}{T_{\oplus}},$$

здесь R_{\oplus} – радиус Земли, T_{\oplus} – ее период вращения вокруг оси. Очевидно, что наибольшая линейная скорость вращения достигается на экваторе ($\varphi = 0^\circ$). Следовательно, наиболее экономически выгодные запуски КА должны осуществляться именно на экваторе.

Рекомендации для эюри. Обоснование необходимости достижения определенной скорости (кинетической энергии) КА при его выводе на околоземную орбиту оценивается в 2 балла. Качественное или с использованием формул обоснование необходимости достижения по возможности бóльшей начальной скорости оценивается в 3 балла. Наконец, явная демонстрация того, что начальная скорость достигает максимального значения на экваторе оценивается в 3 балла.

№ 4. «Пролет спутника над Самарской областью»

Условие. Низкоорбитальный спутник пролетает над Самарской областью (среднее значение географической широты принять равной $\varphi_S = 53^\circ 12'$). Оцените время, которое необходимо спутнику, чтобы пройти над областью 1) вдоль меридиана, 2) вдоль параллели, если известно, что протяженность области с севера на юг составляет 335 км, а с запада на восток – 315 км.

Решение. Согласно условию задачи протяженность Самарской области вдоль меридиана составляет $\ell_m = 335$ км, вдоль параллели – $\ell_p = 315$ км. Поскольку спутник низкоорбитальный, то его скорость приблизительно равна первой космической скорости – $V_1 = 7.91$ км/с. Следовательно, при движении спутника в меридианной плоскости время прохождения составит

$$\tau_m = \frac{\ell_m}{V_1} = 42.4 \text{ сек.}$$

Если же спутник движется над данной областью вдоль параллели, то с учетом вращения Земли возможны две ситуации: 1) спутник движется в направлении суточного вращения Земли (с запада на восток). В данном случае Самарская область перемещается в том же направлении, что и спутник со скоростью V_s (относительно центра Земли)

$$V_s = \frac{2\pi R_{\oplus} \cos \varphi_S}{T_{\oplus}} = 0.28 \text{ км/с.}$$

Следовательно, относительно данной области спутник будет перемещаться со скоростью:

$$V_1 = V_1 - V_s = 7.63 \text{ км/с.}$$

Время транзита в этом случае есть

$$\tau_{p1} = \frac{\ell_p}{V_1} = 41.3 \text{ сек.}$$

2) спутник движется в направлении, обратном направлению суточного вращения Земли (с восток на запад): В этом скорость спутника относительно Самары составляет

$$V_2 = V_1 + V_s = 8.19 \text{ км/с,}$$

а время транзита в этом случае есть

$$\tau_{p2} = \frac{\ell_p}{V_2} = 38.5 \text{ сек.}$$

Рекомендации для жюри. Правильная оценка времени пролета спутника над Самарской областью вдоль меридиана оценивается в 2 балла. Расчет скорости движения области относительно центра Земли оценивается также в 2 балла. Рассмотрение и корректная оценка времени в двух частных случаях при движении спутника вдоль параллели оценивается в 2 балла за каждый случай.

№ 5. «Кульминации двойной звезды»

Условие. В некотором населенном пункте северного полушария Земли наблюдалась двойная звезда в верхней и нижней кульминациях. В верхней кульминации первая компонента кульминировала к югу от зенита, вторая – точно в зените, причем звезды прошли через меридиан одновременно 23 сентября в 1 час 20 минут по местному среднему солнечному времени. Из наблюдений удалось определить угловое расстояние между компонентами – $d = 5'$. В нижней кульминации первая из компонент оказалась под горизонтом, вторая – точно на горизонте. Определите широту места наблюдения и экваториальные координаты звезд.

Решение. Поскольку звезды прошли через меридиан одновременно, то их прямые восхождения равны между собой

$$\alpha_1 = \alpha_2,$$

и равны звездному времени (s) в момент кульминации. 23 сентября звездное время на начало суток совпадает с средним солнечным временем, т.е. $s = 01^h20^m$. Следовательно,

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 01^h20^m.$$

Первая компонента кульминировала к югу от зенита, тогда $\delta_1 < \varphi$; вторая кульминировала точно в зените, тогда

$$\delta_2 = \varphi. \tag{1}$$

Поскольку звезды расположены на одном меридиане, то угловое расстояние между компонентами есть

$$d = \delta_2 - \delta_1. \tag{2}$$

В нижней кульминации, все звезды также пройдут меридиан одновременно, причем их высоты здесь

$$\text{для компоненты 1 : } -d = \delta_1 + \varphi - 90^\circ, \tag{3}$$

$$\text{для компоненты 2 : } 0 = \delta_2 + \varphi - 90^\circ, \text{ или } 2\varphi = 90^\circ, \Rightarrow \delta_2 = \varphi = 45^\circ. \tag{4}$$

В итоге получаем следующие значения искомым величин $\delta_1 = 44^\circ55'$, $\delta_2 = \varphi = 45^\circ$. Окончательно имеем следующие экваториальные координаты компонент двойной звезды – ($\alpha_1 = 01^h20^m$, $\delta_1 = 44^\circ55'$), ($\alpha_2 = 01^h20^m$, $\delta_2 = 45^\circ00'$).

Рекомендации для жюри. Корректная оценка прямого восхождения компонент звезд оценивается в 2 балла. Построение замкнутой системы уравнений (1),(2),(4) относительно искомым величин $\varphi, \delta_1, \delta_2$ оценивается в 3 балла. Правильное численное решение полученной системы уравнений и окончательное представление пар экваториальных координат и широты местности оценивается также в 3 балла.

№ 6. «Свойства Kepler-138b»

Условие. В июне 2015 года американские астрономы объявили об открытии самой легкой экзопланеты, известной на тот момент, Kepler-138b. Масса экзопланеты равна 0.066 массы Земли, а ее радиус – 0.45 радиуса Земли. Определите среднюю массовую плотность планеты (в $\text{кг}/\text{м}^3$), ускорение свободного падения (в $\text{м}/\text{с}^2$), первую и вторую космическую скорости (в $\text{км}/\text{с}$) у поверхности планеты.

Решение. Согласно условию задачи масса и радиус планеты равны соответственно $\mathfrak{M}_P = 0.066 \mathfrak{M}_\oplus$, $\mathfrak{R}_P = 0.45 \mathfrak{R}_\oplus$. Среднюю массовую плотность планеты можно определить выражением вида:

$$\bar{\rho}_P = \frac{\mathfrak{M}_P}{V_P} = \frac{\mathfrak{M}_P}{\frac{4}{3} \pi \mathfrak{R}_P^3} = \frac{0.066}{(0.45)^3} \times \frac{\mathfrak{M}_\oplus}{\frac{4}{3} \pi \mathfrak{R}_\oplus^3} = 0.724 \bar{\rho}_\oplus = 3998 \text{ кг/м}^3. \quad (5)$$

здесь $V_P = \frac{4}{3} \pi \mathfrak{R}_P^3$ – объем планеты-шара; $\bar{\rho}_\oplus = 5520 \text{ кг/м}^3$ – средняя массовая плотность Земли (согласно справочным данным). Ускорение свободного падения есть

$$g_P = \frac{G \mathfrak{M}_P}{\mathfrak{R}_P^2} = \frac{0.066}{(0.45)^2} \times \frac{G \mathfrak{M}_\oplus}{\mathfrak{R}_\oplus^2} = 0.326 g_\oplus = 3.20 \text{ м/с}^2. \quad (6)$$

здесь $g_\oplus = \frac{G \mathfrak{M}_\oplus}{\mathfrak{R}_\oplus^2} = 9.81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения у поверхности Земли.

Первая и вторая космические скорости планеты представляются формулами вида:

$$V_P^{(I)} = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_P}{\mathfrak{R}_P}} = \sqrt{\frac{0.066}{0.45}} \times \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_\oplus}{\mathfrak{R}_\oplus}} = 0.383 V_\oplus^{(I)} = 3.03 \text{ км/с}, \quad (7)$$

$$V_P^{(II)} = \sqrt{\frac{2 G \mathfrak{M}_P}{\mathfrak{R}_P}} = \sqrt{\frac{0.066}{0.45}} \times \sqrt{\frac{2 G \mathfrak{M}_\oplus}{\mathfrak{R}_\oplus}} = 0.383 V_\oplus^{(II)} = 4.28 \text{ км/с} \quad (8)$$

здесь $V_\oplus^{(I)} = 7.91 \text{ км/с}$, $V_\oplus^{(II)} = 11.19 \text{ км/с}$ – первая и вторая космические скорости Земли.

Рекомендации для жюри. За правильно рассчитанные плотность, ускорение свободного падения, первую и вторую космические скорости Kepler-138b следует начислять по 2 балла за каждую величину.

На решение задач муниципального этапа олимпиады по астрономии школьникам отводится 4 часа.

Основные справочные данные

§1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная – $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме – $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная – $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Масса протона – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица – $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек – $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла – $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

§2. Данные о Солнце

- Радиус – $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса – $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость – $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая звездная величина – -26.74^m
- Абсолютная болометрическая звездная величина – $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) – $+0.67^m$
- Эффективная температура – 5778 К
- Средний горизонтальный параллакс – $8.794''$
- Интегральный поток энергии на расстоянии Земли – 1360 Вт/м^2
- Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли – 600 Вт/м^2

§3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты – 0.017
- Тропический год – 365.24219 сут
- Средняя орбитальная скорость – 29.8 км/с
- Период вращения – $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 – $23^\circ 26' 21.45''$
- Экваториальный радиус – 6378.14 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Масса – $5.974 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
- Средняя плотность – $5.52 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim 1\%$)

§4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 356410 км
- Максимальное расстояние от Земли – 406700 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике – $5^\circ 09'$
- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут

- Радиус – 1738 км
- Масса – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или 1/81.3 массы Земли
- Средняя плотность – $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние – -12.7^m

§5. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность г·см ⁻³	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты градусы	Геометрич. альbedo	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут [†]	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час [†]	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

§6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики градусы	Период обращения	Синодический период сут
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

§7. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбе-до	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см ⁻³	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685 [†]	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

§8. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.