

11 класс

Задание 1. Решение. При нахождении небесного тела в зените его высота h над горизонтом равна 90° . Для широты места наблюдения Луны из известной формулы

$$\varphi = 90^\circ - h + \delta \quad (1.1)$$

следует выражение

$$\varphi = \delta_{\text{л}}, \quad (1.2)$$

где $\delta_{\text{л}}$ угловое склонение Луны в момент наблюдения относительно небесного экватора.

Набольшее и наименьшее значения широты определяются предельными возможными значениями склонения Луны

$$\delta_{\text{л}} = \pm (\varepsilon_{\text{з}} + \varepsilon_{\text{л}}). \quad (1.3)$$

Здесь $\varepsilon_{\text{з}}$ угол между плоскостями эклиптики и небесного экватора, $\varepsilon_{\text{л}}$ наклон плоскости орбиты Луны к плоскости эклиптики.

В результате предельные значения широт равны:

$$\varphi_{\text{наиб}} = + \delta_{\text{л}} = 28^\circ 35' \text{ северной широты}, \quad (1.4)$$

$$\varphi_{\text{наим}} = - \delta_{\text{л}} = 28^\circ 35' \text{ южной широты}. \quad (1.5)$$

Решение оценивают по наличию следующих правильно описанных фактов:

- 1) указание величины высоты h Луны, равной 90° – *1 балл*;
- 2) запись формулы (1.1) – *1 балл*;
- 3) запись формулы (1.2) – *1 балл*;
- 4) запись формулы (1.3) – *1 балл*;
- 5) указание значений величин $\varepsilon_{\text{з}}$ и $\varepsilon_{\text{л}}$, за каждое по – *1 баллу*;
- 6) запись результатов (1.4) и (1.5), за каждое по – *по 1 баллу*.

Задание 2. Решение. Обсерватории для наблюдения Солнца располагают на высотах от 2000 метров над уровнем моря, чтобы пыль и рассеяние света в атмосфере и атмосферное дрожание незначительно влияли на результаты наблюдений.

Основной задачей обсерватории являются наблюдения активных явлений (пятна, протуберанцы, спикулы) в фотосфере и атмосфере Солнца. В обычные дни на экране солнечного телескопа наблюдается изображение фотосферы Солнца, которая окружена хромосферой и короной.

Видимые угловые размеры дисков Солнца и Луны практически равны и составляют около 30 угловых минут. Поскольку в момент кульминаций центры дисков находятся строго на небесном меридиане на расстоянии около 50 минут, то на экране телескопа наблюдается незначительное покрытие солнечного диска Луной в виде небольшого чёрного кругового сегмента. Это явление называется частным солнечным затмением в незначительной фазе. Особенность явления в том, что Луна может находиться как выше, так и ниже Солнца относительно горизонта. Поэтому чёрный сегмент может располагаться либо на одной, либо на противоположной стороне изображения солнечного диска.

Решение оценивают по наличию следующих правильно описанных фактов:

- 1) высота обсерватории над уровнем моря – *1 балл*;
- 2) влияние пыли, рассеяния света в атмосфере и атмосферное дрожание – *1 балл*;
- 3) активности в фотосфере и солнечной атмосфере – *2 балла*;
- 4) частичное затмение – *2 балла*;
- 5) указание двух положений тени Луны, за каждое – *по 1 баллу*.

Задание 3. Решение. Обозначим через R первоначальный радиус орбиты планеты. Тогда расстояние в апоастре новой орбиты будет

$$r_a = 2R, \quad (3.1)$$

а расстояние в периастре

$$r_p = R/2. \quad (3.2)$$

Следовательно большая полуось новой орбиты составит

$$a = (2R + R/2)/2 = 1,25R. \quad (3.3)$$

По третьему закону Кеплера для отношения периода T_2 обращения на новой орбите к первоначальному периоду T_1 записываем соотношение:

$$(T_2/T_1)^2 = (a/R)^3. \quad (3.4)$$

Отсюда получаем $T_2 \approx 1,398$, то есть, период увеличится примерно в 1,4 раза.

Решение оценивают по наличию следующих правильно описанных фактов:

- 1) указание расстояний (3.1) и (3.2), за каждое – **по 1 баллу**;
- 2) вычисление значения полуоси a – **1 балл**;
- 3) указание закона Кеплера – **1 балл**;
- 4) запись закона Кеплера в виде (3.4) – **2 балла**;
- 5) вычисление нового периода и вывод, за каждое по – **1 баллу**.

Задание 4. Решение. Видимый диаметр Солнца равен примерно 30 угловым минутам. Температура его поверхности составляет 5800 К. Изменение потока излучения пятна J_p по сравнению с потоком излучением J_c Солнца определяется двумя факторами: во-первых, уменьшением площади излучения, во-вторых, уменьшением температуры. Оба фактора учитываются в законе Стефана-Больцмана:

$$J = \sigma T^4, \quad (4.1)$$

где σ – постоянная Стефана-Больцмана, S – площадь излучения, T – термодинамическая температура тела. Следовательно, отношение потока излучения пятна J_p к потоку излучения Солнца J_c равно:

$$J_p/J_c = S_p T_p^4 / (S_c T_c^4) = d_p^2 T_p^4 / (d_c^2 T_c^4) = 4,1 \cdot 10^{14} / (1,13 \cdot 10^{15} \cdot 900) \approx 1/2500 \quad (4.2)$$

Здесь индекс « p » соответствует пятну, а индекс « c » – Солнцу.

Уменьшение потока излучения можно выразить в звездных величинах с помощью формулы Погсона:

$$\Delta m = -2,5 \lg(J_p/J_c) \approx 8,5^m. \quad (4.3)$$

На такую величину возрастает блеск пятна по сравнению с блеском Солнца, который равен

$$m_c = -26,8^m.$$

Следовательно, блеск пятна будет равен $-18,3^m$. Звездные величины полной Луны, Венеры и Сатурна соответственно равны $-12,7^m$, -4^m и -1^m . Поэтому солнечное пятно светит примерно в 100 раз ярче полной Луны, а воспринимается тёмным только в сравнении с соседними яркими областями диска Солнца.

Решение оценивают по наличию следующих правильно описанных фактов:

- 1) закона Стефана-Больцмана – **3 балла**;
- 2) вычисление отношения (4.2) – **3 балл**;
- 3) вычисление изменения звездной величины (4.3) – **1 балл**;
- 4) сравнение с Луной – **1 балл**.

Задание 5. Решение. Смещение спектральных линий вызван эффектом Доплера вследствие удаления галактики. Лучевая скорость определяется по формуле

$$v = c(\Delta\lambda/\lambda). \quad (5.1)$$

Здесь c – скорость света, $\Delta\lambda$ и λ – соответственно длина волны и её смещение в спектре.

Вычисляем два значения лучевой скорости:

$$v_1 = 3 \cdot 10^5 \text{ км/с} \cdot 0,00158 \text{ мкм} / 0,3968 \text{ мкм} = 1194 \text{ км/с},$$

$$v_2 = 3 \cdot 10^5 \text{ км/с} \cdot 0,00158 \text{ мкм} / 0,3934 \text{ мкм} = 1204 \text{ км/с}.$$

Округляя среднее значение лучевой скорости получаем $v = 1200$ км/с, что значительно превышает скорость движения Земли. Последняя не учитывается, так как не указаны.

Поскольку Вселенная расширяется, то согласно закона Хаббла расстояние до галактики равно отношению лучевой скорости и постоянной Хаббла H :

$$r = v/H = 1200 \text{ км/с} / (72 \text{ (км/с) / Мпк}) = 16,6 \text{ Мпк.}$$

Абсолютная звездная величина M есть звездная величина небесного объекта при его условном наблюдении с расстояния 10 пс. Для величины M на основании формулы Погсона имеет место соотношение

$$M = m + 5 - 5 \lg r(\text{пс}).$$

Отсюда находим абсолютную звездную величину галактики:

$$M = 10,1^m + 5^m - 5 \lg (1,66 \cdot 10^7 \text{ пс}) = -21^m.$$

Решение оценивают по наличию следующих правильно описанных фактов:

- 1) эффект Доплера – *1 балл*;
- 2) соотношение (5.1) – *1 балл*;
- 3) вычисление и усреднение величины скорости – *2 балла*;
- 4) закон Хаббла – *1 балл*;
- 5) вычисление расстояния – *1 балл*.
- 6) вычисление абсолютной звездной величины – *2 балла*.

Задание 6. Решение. Размер чёрной дыры определяется только её массой M :

$$R = 2GM/c^2, \quad (6.1)$$

где R – гравитационный радиус дыры, G – гравитационная постоянная, c – скорость света.

Так как простейшие чёрные дыры имеют сферическую форму, то плотность ρ дыры равна:

$$\rho = 3M/(4\pi R^3) = 3c^6/(8\pi G^3 M^2). \quad (6.2)$$

Для супертанкера из выражения (6.1) вычисляем радиус дыры:

$$R = 2 \cdot 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2} \cdot 6,6 \cdot 10^8 \text{ кг} / (3 \cdot 10^8 \text{ м/с})^2 \approx 9,8 \cdot 10^{-19} \text{ м.}$$

Дыры примерно в 1000 раз меньше тяжёлых элементарных частиц – барионов.

По соотношению (6.2) вычисляем плотность дыры:

$$\rho = 3 \cdot (3 \cdot 10^8)^6 / (8\pi (6,672 \cdot 10^{-11})^3 (6,6 \cdot 10^8)^2) \approx 6,73 \cdot 10^{62} \text{ кг/м}^3.$$

Поистине фантастическая плотность.

Решение оценивают по наличию следующих правильно описанных фактов:

- 1) соотношения (6.1) и (6.2), каждое по – *2 балла*;
- 2) вычисления радиуса и плотности, каждое по – *2 балла*.