

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по астрономии
в 2015/2016 учебном году**

11 класс

Решения

№ 1. «Лунное затмение и видимость светила»

Условие. Почему во время полного лунного затмения мы все равно можем видеть Луну? Какие характерные цвета может иметь ее поверхность при визуальных наблюдениях? Почему?

Решение. Полное лунное затмение происходит в случае, когда Луна в своем орбитальном движении вокруг Земли полностью погружается в ее тень. Причина видимости Луны в фазе затмения – *рефракция света в атмосфере Земли* – часть солнечного света преломляется в земной атмосфере, как в призме, и заходит внутрь конуса геометрической тени. При этом часть излучения, проходящего атмосферу Земли, рассеивается. В нижней части атмосферы в большей степени рассеиваются лучи коротковолновой части спектра (фиолетовые, синие, голубые) и, потому преломленные пучки солнечного света содержат преимущественно красные лучи, которые обуславливают "багровый" цвет Луны. Однако, такой цвет у Луны может наблюдаться визуально не всегда. Если, затмение полное и центральное, то интенсивность света, преломленного светом атмосферой Земли может оказаться крайне низкой, что обуславливает крайне низкую яркость поверхности Луны. Человеческий глаз различает цвета объекта, если яркость его поверхности имеет величину, большую некоторой предельной. Если, же яркость поверхности меньше предельной, то объект видится человеку в черно-белых цветах. В этом случае Луна видится человеку в "пепельных" тонах.

Рекомендации для жюри. Корректное объяснение причины (рефракция света в атмосфере Земли) видимости Луны во время полного лунного затмения оценивается в 3 балла. Корректное объяснение физической причины "багрового" цвета Луны оценивается еще в 3 балла. Наконец, "пепельные" тона Луны в визуальных наблюдениях и их физиологическое обоснование оценивается в 2 балла.

№ 2. «Астрономическая весна 2016 года»

Условие. С каким феноменом отождествляется начало астрономической весны? Какого числа и в какое (приблизительно) время (по Самарскому времени) наступит астрономическая весна в 2016 году, если в 2015 году она наступила 21 марта в 02 часа 45 минут?

Решение. Астрономической весна – это сезон года, определяемый положением Солнца на небосводе. За начало весны принимается момент прохождения Солнцем точки весеннего равноденствия. Весна продолжается до летнего солнцестояния.

Промежуток времени между двумя последовательными прохождениями Солнцем точки весеннего равноденствия называется *тропическим годом*, продолжительность которого составляет 365.24219 сут (см. справочные данные). 2016 год будет високосным, т.е. промежуток времени между двумя началами весны 2015 и 2016 гг. составляет 366 сут. Т.о. начало астрономической весны в 2016 году наступит на

$$\Delta t = 366 \text{ сут} - 365.24219 \text{ сут} = 0.75781 \text{ сут} = 18^{\text{ч}}11^{\text{м}}$$

раньше чем в 2015 году, т.е. в 2016 году астрономическая весна наступит 20 марта в 8^ч34^м по Самарскому времени.

Замечание: истинное время наступления астрономической весны в 2016 году приходится на 20 марта в 8^ч31^м. Различие нашего и точного результата обусловлено отсутствием в наших расчетах учета нутации земной оси, и возмущений, обусловленных гравитационным действием других планет.

Рекомендации для жюри. Правильное определение начала астрономической весны оценивается в 3 балла. Указание на то, что 2016 год будет високосным и правильное определение промежутка времени между двумя одинаковыми датами 2015 и 2016 года (366 сут), оценивается в 2 балла. Расчет промежутка времени Δt и окончательный расчет времени наступления астрономической весны в 2016 году оценивается в 3 балла.

№ 3. «Спектральные классы цефеид»

Условие. В звездных каталогах у цефеид указывается их принадлежность не одному спектральному классу и подклассу (как это традиционно бывает у обычных звезд), а сразу некоторому интервалу. Например, у известной δ Цефея А спектральный класс в каталогах указан как F5Ib-G2Ib. Объясните, что означает эта запись. Какие физические причины лежат в основе определения спектрального класса цефеиды интервалом?

Решение. В настоящее время для классификации звезд традиционно используется двухпараметрическая классификация Моргана-Кинана-Кельмана (МКК). Согласно МКК-классификации для каждой звезды определяется 1) спектральный класс (обозначается латинскими заглавными буквами) и подкласс (обозначается арабскими цифрами от 0 до 9), которые главным образом определяют эффективной температурой поверхности звезды, а также 2) класс светимости (обозначается римскими цифрами от I до VII). Солнце, согласно МКК-классификации, имеет кодовое обозначение G2V.

Запись "F5Ib-G2Ib" означает, что звезда может изменять свой спектральный класс/подкласс в диапазоне от класса "F" и подкласса "5" до класса "G" и подкласса "2". При этом звезда по светимости все время относится к классу Ib – классу нормальных сверхгигантов.

Как известно, цефеиды относятся к классу пульсирующих переменных звезд, блеск которых меняется на величину $0.1^m \div 2.0^m$. Изменение блеска, в свою очередь, обусловлено периодическими процессами расширения и сжатия данных звезд. При максимальном сжатии, происходит разогрев внешних слоев звезды, сопровождающийся ростом температуры и светимости (эпоха максимума) и звезда обладает свойствами звезд класса/подкласса **F5**, затем с расширением внешних слоев звезды, температура и светимость звезды падает (эпоха минимума) и звезда приобретает свойства класса/подкласса **G2**. Этот факт подтверждают наблюдения, – при уменьшении блеска линии поглощения в спектре цефеиды смещаются к синему концу (что указывает на приближение к нам верхних областей звезды, т.е. ее расширение), а при возрастании – к красному (сжатие). Поскольку класс Ib характеризуется широким диапазоном значений светимости и пульсирующая звезда из него "не выпадает", поэтому ее класс светимости остается неизменным. Физическая причина самих пульсаций звезды – "клапанный механизм" – обусловлен различным характером взаимодействия электромагнитного излучения в ее недрах с He и его ионами.

Рекомендации для жюри. Правильная расшифровка записи оценивается в 3 балла. Исчерпывающее объяснение физических причин изменения спектрального класса и подкласса звезды оценивается в 5 баллов. Неполное объяснение физических причин оценивается 1 ÷ 4 баллами на усмотрение членов жюри.

№ 4. «Звездный глобус и средняя площадь одного созвездия»

Условие. Как известно, звездный глобус – это астрономический прибор, отображающий с минимальными искажениями звездное небо и предназначенный для его изучения и движения светил, а также для приближенного решения задач мореходной астрономии. Наиболее популярная модель отечественного звездного глобуса представляет собой полый шар диаметром $D = 168$ мм, на поверхность которого нанесены экватор, сетка небесных меридианов и параллелей, эклиптика, созвездия и яркие звезды. Зная общее количество созвездий на небосводе ($N = 88$), вычислите среднее значение (\bar{s}) площади поверхности такого глобуса (в см^2 , округлить до целых), приходящейся на одно созвездие. Оцените среднее количество ($\bar{\sigma}$) звезд, приходящихся на 1 квадратный сантиметр поверхности глобуса, если на нем отмечены все звезды с звездной величиной не превышающей 6^m .

Решение. Согласно определению среднего арифметического из курса математики, среднее значение площади можно определить как отношение всей площади поверхности шара к общему

числу созвездий:

$$\bar{s} = \frac{S}{N}.$$

Площадь поверхности шара есть

$$S = 4\pi R^2 = \pi D^2,$$

где мы учли связь радиуса и диаметра шара ($R = \frac{D}{2}$). В итоге окончательное выражение для \bar{s} :

$$\bar{s} = \frac{\pi D^2}{N} = 10 \text{ см}^2.$$

Для оценки среднего количества ($\bar{\sigma}$) звезд, приходящихся на 1 квадратный сантиметр поверхности глобуса, учтем, что на его поверхности изображены лишь звезды, видимые невооруженным глазом, общее количество которых, как известно, составляет $N_* \approx 6 \cdot 10^3$, тогда

$$\bar{\sigma} = \frac{N_*}{S} = \frac{N_*}{\pi D^2} \approx 6.8 \text{ звезд/см}^2.$$

Рекомендации для жюри. Правильная запись формулы для \bar{s} оценивается в 1 балл. Правильная запись формулы для площади поверхности шара оценивается в 2 балла. Правильное представление окончательной аналитической формулы для \bar{s} в терминах известных величин и корректный расчет оценивается в 2 балла. Наконец, правильное указание количества ($N_* \approx 6 \cdot 10^3$) звезд, видимых невооруженным глазом оценивается в 1 балл. Запись формулы для $\bar{\sigma}$ и численный расчет оценивается еще в 2 балла.

№ 5. «Заход Луны за горизонт»

Условие. Астроном, пребывая в г. Самаре ($\lambda = 3^{\text{ч}}20^{\text{м}}$, третий часовой пояс), в третьей декаде сентября 2015 года наблюдал заход Луны за горизонт в фазе полнолуния. Оцените самарское (декретное) время, которое показывали его часы в этот момент? Уравнением времени пренебречь.

Решение. Прежде всего заметим, что данный феномен происходит вблизи дня осеннего равноденствия, когда продолжительность дня составляет около 12 часов. Следовательно, Солнце восходит приблизительно в 6 часов 00 минут утра и заходит за горизонт в 18 часов 00 минут по истинному солнечному времени. Поскольку, уравнением времени можно пренебречь, то истинное солнечное время (T_{\odot}) равно среднему солнечному времени (T_m). В фазе полнолуния Луна и Солнце отстоят друг от друга на угловом расстоянии, равном 180° . Следовательно, Солнце в это момент восходило ($T_m = 6^{\text{ч}}00^{\text{м}}$). Часы астронома в сентябре должны показывать декретное время T_d , которое представляется в виде:

$$T_d = T_N + 1^{\text{ч}} = T_0 + N + 1^{\text{ч}}, \quad (1)$$

здесь T_N – поясное время места наблюдения (г. Самара), $N = 3$ – номер часового пояса Самары, T_0 – всемирное время. С другой стороны, всемирное время можно связать с местным средним солнечным временем:

$$T_0 = T_m - \lambda. \quad (2)$$

В итоге декретное время есть

$$T_d = T_m - \lambda + N + 1^{\text{ч}} = 6^{\text{ч}}40^{\text{м}}.$$

Рекомендации для жюри. Указание близости феномена к моменту осеннего равноденствия и продолжительности дня (12 часов) оценивается 2 баллами. Приблизительное время восхода Солнца и указание на заход Луны в данный момент должно быть отмечено 2 баллами. Правильная запись формулы (1) для декретного времени оценивается 2 баллами. Использование формулы (2), правильная запись итоговой формулы и численный расчет оценивается еще 2 баллами.

№ 6. «Эффективная температура Kepler-138b»

Условие. В июне 2015 года американские астрономы объявили об открытии самой легкой экзопланеты, известной на тот момент, Kepler-138b. Радиус экзопланеты равен 0.45 радиуса Земли. Kepler-138b вращается вокруг красного карлика Kepler-138 (с эффективной температурой

поверхности $T_1 = 3871$ К и радиусом $\mathfrak{R}_1 = 0.54 \mathfrak{R}_\odot$, где \mathfrak{R}_\odot – радиус Солнца) по почти круговой орбите радиуса $a_2 = 0.0769$ а.е. Оцените температуру (T_2) поверхности планеты, полагая, что сферическое альbedo (A) планеты равно геометрическому альbedo Марса.

Решение. Прежде всего, определим светимость звезды:

$$L_1 = 4 \pi \mathfrak{R}_1^2 \sigma T_1^4,$$

здесь σ – постоянная Стефана-Больцмана. Освещенность, создаваемая карликом у поверхности планеты тогда есть

$$E_1 = \frac{L_1}{4 \pi a_2^2} = \sigma T_1^4 \left(\frac{\mathfrak{R}_1}{a_2} \right)^2.$$

На поверхность планеты падает поток излучения, равный

$$\Phi_0 = E_1 \pi \mathfrak{R}_2^2.$$

Доля $(1-A)$ от данного потока поглощается и переизлучается в пространство со всей поверхности планеты (последнее рассматривается как абсолютно черное тело). Следовательно, можно записать следующее уравнение баланса энергий:

$$(1 - A)\Phi_0 = 4 \pi \mathfrak{R}_2^2 \sigma T_2^4, \Rightarrow (1 - A)\sigma T_1^4 \left(\frac{\mathfrak{R}_1}{a_2} \right)^2 \pi \mathfrak{R}_2^2 = 4 \pi \mathfrak{R}_2^2 \sigma T_2^4, \Rightarrow$$

$$T_2 = T_1 \sqrt[4]{\frac{(1 - A)}{4} \left(\frac{\mathfrak{R}_1}{a_2} \right)^2} = 475 \text{ K}.$$

Заметим, что температура поверхности Kepler-138b близка к температуре поверхности Меркурия. Т.о. условия на поверхности этих планет должны быть схожими.

Рекомендации для жюри. Определение светимости звезды и освещенности, создаваемой красным карликом у поверхности планеты, оценивается в 2 балла. Оценка величины потока излучения, падающего на поверхность планеты оценивается в 2 балла. Правильная запись уравнения баланса энергий оценивается в 2 балла. Представление явного выражения для температуры поверхности планеты и численный расчет оценивается в 2 балла.

Основные справочные данные

§1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная – $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме – $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная – $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Масса протона – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица – $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек – $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла – $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

§2. Данные о Солнце

- Радиус – $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса – $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость – $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая звездная величина – -26.74^m
- Абсолютная болометрическая звездная величина – $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) – $+0.67^m$
- Эффективная температура – 5778 К
- Средний горизонтальный параллакс – $8.794''$
- Интегральный поток энергии на расстоянии Земли – 1360 Вт/м^2
- Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли – 600 Вт/м^2

§3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты – 0.017
- Тропический год – 365.24219 сут
- Средняя орбитальная скорость – 29.8 км/с
- Период вращения – 23 часа 56 минут 04 секунды
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 – $23^\circ 26' 21.45''$
- Экваториальный радиус – 6378.14 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Масса – $5.974 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
- Средняя плотность – $5.52 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы – N₂ (78%), O₂ (21%), Ar (~ 1%)

§4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 356410 км
- Максимальное расстояние от Земли – 406700 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике – $5^\circ 09'$
- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут

- Радиус – 1738 км
- Масса – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или 1/81.3 массы Земли
- Средняя плотность – $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние – -12.7^m

§5. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность г·см ⁻³	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты градусы	Геометрич. альbedo	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут [†]	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час [†]	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

§6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики градусы	Период обращения	Синодический период сут
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

§7. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбе-до	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см ⁻³	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685 [†]	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

§8. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.