

Всероссийская олимпиада школьников

II (муниципальный) этап

Астрономия, 2015 год

7,8,9 классы

Критерии проверки

Все задания по 8 баллов

Задание 1 (8 баллов)

Самый далёкий космический аппарата, когда либо запущенный человечеством - «Вояджер 2» - находится сейчас на расстоянии примерно 110 астрономических единиц от Солнца. Какое максимальное время требуется сигналу «Вояджера 2» что бы достичь Земли?

Решение

Так как земля движется по орбите радиуса 1 а.е., то минимальное расстояние от «Вояджера 2» до Земли составляет $(110 - 1) \cdot 149700000 \approx 1,63 \cdot 10^{10}$ километров. То есть радиосигналу потребуется $1,63 \cdot 10^{10} / 300000 \approx 54391 \text{ с} = 15,1 \text{ часа}$

Ответ: 15,1 часа

Ориентировочные критерии оценивания

Четыре бала за расчёт расстояния до Вояджера. Если участник не учёл -1 из-за положения Земли на орбите он получает 2 балла

Четыре балла за расчёт времени полёта сигнала

Задание 2 (8 баллов)

Какова должна быть сторона квадратного солнечного паруса, что бы космический аппарат массой 1 кг мог с его помощью неподвижно висеть над северным полюсом Солнца на расстоянии 0,1 а.е. от него. Давление солнечного света на расстоянии в 1 а.е считать равным 0,9 мкПа. Массой паруса пренебречь

Решение

На килограммовый объект на расстоянии 0,1 а.е от солнца действует сила тяжести

$$F = G \frac{M m}{R^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{2 \cdot 10^{30} \cdot 1}{(0,1 \cdot 149700000)^2} \approx 593000 \text{ Н}$$

Что бы скомпенсировать её солнечным парусом, он должен иметь площадь

$$S = \frac{F}{l_1/l_2 \cdot p} = \frac{593000}{100 \cdot 0,9 \cdot 10^{-6}} \approx 6,6 \cdot 10^9 \text{ м}^2 ,$$

и, соответственно сторону $l = \sqrt{S} = \sqrt{6,6 \cdot 10^{11}} \approx 811000 \text{ м} = 811 \text{ км}$

Ответ: 81,1 километра

Ориентировочные критерии оценивания

Два балла ставится за понимание действующих на космический аппарат сил и механизма работы солнечного паруса

Два балла за расчёт силы тяжести

Два балла за расчёт силы давления солнечного света на парус с учётом расстояния

Два балла за окончательный расчёт

Задание 3 (8 баллов)

Спутник движется вокруг земли по замкнутой орбите. Его период равен 12 часов, а высота перигея 500 километров. Найти высоту апогея этого спутника над поверхностью Земли.

Решение

Согласно первому закону Кеплера его орбита будет эллипсом с центром Земли в одном из фокусов. Сравним его с геостационарными спутниками по 2 закону Кеплера

$$\frac{T_{\text{спутника}}^3}{T_{\text{ГС}}^3} = \frac{a_{\text{спутника}}^2}{a_{\text{ГС}}^2}$$
$$\frac{12^3}{24^3} = \frac{a_{\text{спутника}}^2}{42000^2}$$
$$a_{\text{спутника}} = 42160 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}} \approx 14900 \text{ км}$$

Раз большая полуось орбиты этого спутника равна 14900 км, то большая ось равна 29800 км, но расстояние перигея от центра Земли $6370 + 500 = 6870$ км, то расстояние апогея от центра Земли $14900 - 6870 = 8030$, а его высота над поверхностью Земли $8030 - 6370 = 1660$ км

Ответ: 1660 километров

Ориентировочные критерии оценивания

Два балла за корректную запись законов Кеплера
Три балла за расчёт большой полуоси орбиты спутника
Три балла за расчёт высоты апогея.

Задание 4 (8 баллов)

Планетоид, имеющий форму шара, состоит из камня средней плотность 3 г/см^3 . Атмосферы у него нет. Пуля из пистолета при горизонтальном выстреле со скоростью 300 м/с выходит на круговую орбиту вокруг него. Найти орбитальный период этой пули

Решение

Прежде всего найдём радиус планетоида. Пусть он равен R. Тогда его масса равна $M = \rho \cdot 4\pi R^3$. Для того, что бы объект двигался по круговой орбите сила тяжести, действующая на него должна быть как раз равна произведению массы объекта на необходимое центростремительное ускорение, то есть

$$G \frac{M m}{R^2} = m \frac{V^2}{R}$$
$$G \rho \frac{4}{3} \pi R^2 = V^2$$

$$R = \sqrt{\frac{3 V^2}{4 \pi G \rho}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 300^2}{4 \cdot 3,14 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 3000}} \approx 328 \text{ километров}$$

Тогда протяженность орбиты равна $2\pi R \approx 2060$ километров, и пуле со скоростью 300 м/с потребуется примерно 6900 секунд что бы сделать один оборот

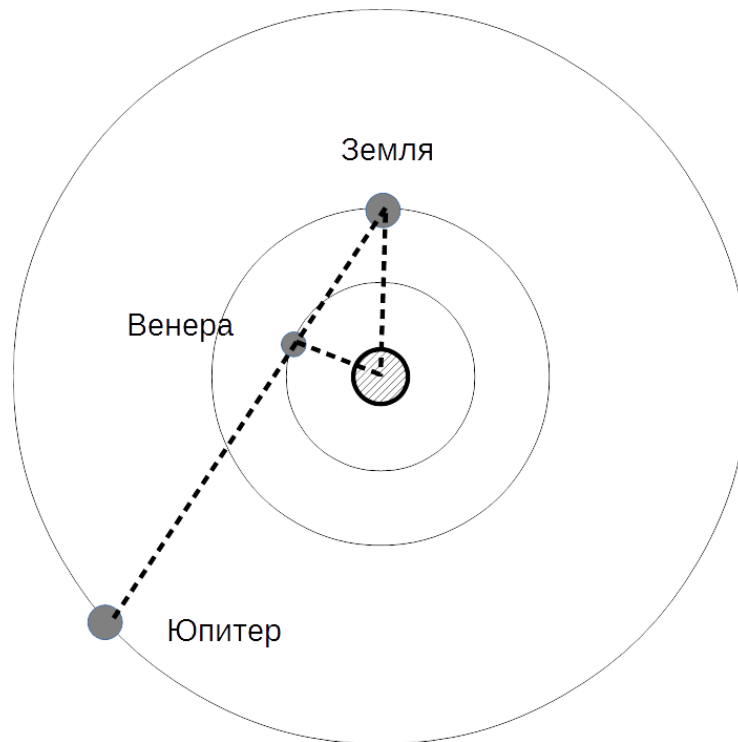
Ответ: 6900 секунд

Задание 5 (8 баллов)

Во время западной элонгации Венеры произошло соединение Венеры и Юпитера. Рассчитать расстояние от Земли до Юпитера. Отклонением орбит от плоскости эклиптики пренебречь

Решение

Так как Венера это внутренняя планета, а Юпитер — внешняя, то единственная, с точностью до отражения, ситуация, при которой это может произойти изображена на схеме:



Так как Венера в элонгации, то угол Солнце-Венера-Земля прямой, то угол Солнце-Земля-Венера(Юпитер): $\alpha = \arcsin\left(\frac{R_{\text{венера}}}{R_{\text{земли}}}\right) = 46,33^\circ$, где R – радиусы соответствующих орбит. Расстояние до Юпитера можно найти например продолжив линию Земля-Солнце до пересечения с орбитой Юпитера и рассмотрев получившиеся подобные треугольники:

$$\frac{L}{R_{\text{Земли}} + R_{\text{Юпитера}}} = \frac{\sqrt{R_{\text{Земли}}^2 - R_{\text{Венеры}}^2}}{R_{\text{Земли}}}$$
$$L = 4,28 \text{ а.е.}$$

Ответ: 4,28 а.е.

Ориентировочные критерии оценивания

Один балл ставится за знание того, что такое элонгация

Три балла ставится за правильное объяснение, в том числе с помощью чертежа, расположения планет

Два балла ставится за нахождение способа выразить расстояние до Юпитера

Два балла ставится за окончательный вывод формул и расчёт по ним

Задание 6 (8 баллов)

На небе имеется около 160 тысяч звезд ярче 10^m . Считая, что они распределены по небу равномерно, оцените, как часто происходит их покрытие Луной

Решение

Среднее расстояние от Земли до Луны $R=384400$ км, радиус Луны $r=1738$ км. Это означает что ширина полосы, заметаемой при движении Луны составляет $2 \arctan(r/R) \approx 0,5^\circ$. Луна совершает один оборот вокруг Земли за 27,3 суток, то есть за одну секунду она проходит

$\frac{360^\circ}{27,3 \cdot 24 \cdot 3600} \approx 0,00015^\circ$. То есть за секунду луна замечает примерно $7,5 \cdot 10^{-5}$ градусов в квадрате, а общая угловая площадь небесной сферы 720 градусов в квадрате, то есть за одну секунду Луна замечает примерно $\frac{7,5 \cdot 10^{-5}}{720} \approx 10^{-7}$ часть небесной сферы. Шанс что в эту область попадёт звезда составляет $160000 \cdot 10^{-7} \approx 0,017$, то есть в среднем придётся ждать $\frac{1}{0,017} \approx 59$ секунд, то есть примерно 1 минуту

Ответ: В среднем один раз в 59 секунд

Ориентировочные критерии оценивания

Два балла ставится за придумывание корректного метода расчёта

Четыре балла за расчёт заметаемой Луной площади

Два балла за окончательный расчёт