педагогу

Всероссийская олимпиада школьников
муниципальный этап
Астрономия, 2016 год
10 класс
Критерии проверки
Все задания по 8 баллов

Задание 1 (8 баллов)
21 марта в истинный полдень тень вертикально стоящего столба была в два раза длиннее высоты самого столба. На какой широте это было?
Решение:
21 марта это день весеннего равноденствия. В этот день в истинный полдень солнце поднимается на высоту равную $90^{\circ} - \delta$, где δ- широта местности. Если длинна тени равна удвоенной длине столба то этот угол $a \quad 2 \approx 26{,}6^{\circ}$, значит и широта местности $63{,}4^{\circ}$

Ориентировочные критерии оценивания:
2 балла за указание что 21 марта это равноденствие
2 балла за указание высоты подъема Солнца в полдень в равноденствие
4 балла за окончательный расчет расстояния

Задание 2 (8 баллов)
На орбите сейчас находится около 700,000 частичек космического мусора крупнее 1 см. Оценить среднее расстояние между двумя частичками, считая, что они равномерно распределены в области с расстоянием от поверхности земли от 200 до 36,000 километров.
Решение:
Объём сферы составляет $V_c = \frac{4}{3}\pi R^3$. Объём указанной области пространства:

$$V = \frac{4}{3}\pi(R_1^3 - R_2^3) = \frac{4}{3}\pi((6370 + 36000)^3 - (6370 + 200)^3) \approx 3{,}2 \cdot 10^1 \text{ км}^3$$

Значит одна частичка мусора приходится на $3{,}2 \cdot 10^1$ км^3/700000 $\approx 4{,}5 \cdot 10^8$км^3, а значит среднее расстояние между ними порядка $2 \cdot \sqrt[3]{4{,}5 \cdot 10^8} \approx 1537$км

Ориентировочные критерии оценивания:
2 балла за правильное описание формы области
3 балла за расчет её объема
3 балла за окончательный расчет среднего расстояния

Задание 3 (8 баллов)
На сколько бы изменилась длинна солнечных суток если бы вращение Земли внезапно поменялось бы на противоположное по направлению с сохранением угловой скорости.
Решение:
Сейчас за год Земля совершает $1 + 365{,}24 \approx 366{,}24$оборотов вокруг своей оси(+1 из-за учета орбитального вращения). После разворота вращения она начнёт совершать $-1 + 365{,}24 \approx 364{,}24$оборота за год. Значит продолжительность суток увеличится в $366{,}24/364{,}24 \approx 1{,}0055$раза то есть примерно на 7 минут 54 секунды.

Ориентировочные критерии оценивания:
3 балла за демонстрацию понимание разницы синодических и сидерических суток
3 балла за расчет во сколько раз изменится продолжительность суток
2 балла за окончательный расчет разницы

Задание 4 (8 баллов)

В некий момент времени расстояние от Земли до Марса составляет 1 а.е. Рассчитать видимую звездную величину Марса

Решение:

Минимально возможно расстояние от Земли до Марса составляет $R_м - R_з = 1{,}52 - 1 = 0{,}52$а. е.. Соответственно, при расстоянии до Марса в 1 а.е. он дальше в $1/0{,}52 \approx 1.92$ раза. Но, кроме того, при минимальном расстоянии, то есть в противостоянии, он виден при фазе 100%. При расстоянии же от Земли до Марса в 1 а.е. угол Солнце-Марс-Земля α можно найти по теореме косинусов $1^2 = 1^2 + 1{,}52^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1{,}52 \cdot c$, откуда $\alpha \approx 0.7$рад $= 40{,}5^\circ$, то есть Солнцем будет освещено лишь $1 - 40{,}5^\circ/180^\circ \approx 77{,}5\%$ поверхности Марса. Значит по сравнению с максимальной яркостью на расстоянии в 1 а.е. яркость Марса составит лишь $0{,}775 \cdot 0.52^2 \approx 0.21$от максимума, а значит по формуле Погсона его звёздная величина будет равна $m = -2{,}9 - 2{,}5lg_{\ 1}(0{,}21) \approx -1{,}2$

Ориентировочные критерии оценивания:

4 балла за расчет фазы Марса

2 балла за расчет ослабления яркости с изменением расстояния

2 балла за окончательный расчет звёздной величины

Задание 5 (8 баллов)

Могут ли Венера, Земля и Марс образовать равносторонний треугольник? Считать что орбиты круговые и лежат в одной плоскости

Решение:

В равностороннем треугольнике со стороной a высота равна$\sqrt{3}/2 \cdot a$. Соответственно, когда Венера в соединении к Земле расстояние между ними равно $R_з - R_в = 149{,}6 - 108{,}2 = 41{,}4$млн. км, и это расстояние формирует нижнюю сторону равностороннего треугольника. В этом случае третья точка треугольника находится над (или под) центром этой линии на высоте в $\sqrt{(3)}/2 \cdot 41{,}4 \approx 35{,}9$млн. кми находится внутри орбиты Марса. Если же угол Земля-Солнце-Венера составляет 90 градусов, аналогичная точка находится снаружи. Так как орбиты непрерывны, то где-то между этими точками линия, рисуемая третьим углом треугольника обязана пересечь орбиту Марса. Соответственно в этот момент при помещении Марса в третий угол Венера, Земля и Марс и сформируют равносторонний треугольник. Аналогичные рассуждения могут проводится для оппозиции. Так же задача может решаться графически.

Ориентировочные критерии оценивания:

2 балла за правильное описание взаимного расположения планет

2 балла за построение 3 угла треугольника

4 балла за обоснование существования решения

Задание 6 (8 баллов)

Рассчитать максимально возможную продолжительность наблюдения прохождения Венеры по диску Солнца из точки расположенной на экваторе, если оно происходит в истинный полдень. Эллиптичностью орбит пренебречь.

Решение:

Прохождение Венеры по диску Солнца происходит намного быстрее чем за год, значит кривизной орбит можно пренебречь и считать все движения линейными.

Длинна земной орбиты составляет $2 \cdot \pi \cdot R \approx 9{,}4 \cdot 10^8$км. Земля пролетает это расстояние за 1 год, то есть скорость составит $V_з \approx 29{,}8$км/с. Аналогично для Венеры$V_в \approx 35$км/с. Движение Венеры наклонено к плоскости эклиптики на $\alpha_в \approx 3{,}4^o$

Земля вращается делая один оборот за 24 часа, поэтому точка на экваторе движется с линейной скоростью $V_1 = 2\pi R_з/(24 \cdot 3600) \approx 0{,}46$км/с. Но это движение наклонено по отношению к эклиптике на угол $\beta \approx 23{,}5^o$. При это орбитальные скорости направлены в одну сторону, а вот скорость вращения в подсолнечной точке (которая в полдень и будет являться точкой наблюдения) направлена в противоположную. Итого, относительное движение Венеры вдоль плоскости эклиптики относительно точки наблюдения составит

$$V_e = V_в \cdot c_1 \quad (\alpha_в) - V_з + V_1 \cdot c_1 \quad (\beta) \approx 5{,}56\text{км/с}$$

Перпендикулярная составляющая скорости составит

$$V_п = V_в \cdot s_1 \quad (\alpha_в) \pm V_1 \cdot s \quad (\beta) \approx 1{,}89\text{км/с}$$

(выбран знак минус, так как чем меньше скорость, тем дольше будет проходить прохождение). Расстояние до Венеры при этом составляет $L_в = R_з - R_в = 149{,}6 - 108{,}2 \approx$ 41,4млн. км. Значит видимая угловая скорость Венеры вдоль эклиптики составит , $\nu_{ве} = 5{,}56/41400000 \approx 1{,}34 \cdot 10^{-7}$ рад/са перпендикулярно $\nu_{вп} = 1{,}89/41400000 \approx 4{,}57 \cdot 10^{-8}$ рад/с. Аналогично для видимого движения Солнца получается вдоль эклиптики

$$U_e = -V_з + V_1 \cdot c_1 \quad (\beta) \approx -29{,}38\text{км/с}$$

И перпендикулярно ей

$$U_п = V_1 \cdot s_1 \quad (\beta) \approx -0{,}18\text{км/с}$$

Соответственно видимые угловые скорости составят $\nu_{се} \approx -1{,}96 \cdot 10^{-7}$ рад/си $\nu_{сп} \approx -1{,}2 \cdot 10^{-9}$ рад/с. Значит видимая относительная угловая скорость Венеры относительно Солнца составит

$$\nu = \sqrt{(\nu_{ве} - \nu_{се})^2 + (\nu_{вп} - \nu_{сп})^2} \approx 3{,}31 \cdot 10^{-7}\text{рад/с}$$

С этой скоростью Венера должна пройти видимую угловую ширину солнечного диска, которая составляет $r = 2 \cdot 695000/149600000 \approx 0{,}009$радиана. Для этого требуется $t = 0{,}009/3{,}31 \cdot 10^{-7} = 28042\text{сек} \approx 7\text{ч}47\text{мин}22\text{с}$

Ориентировочные критерии оценивания:

1 балл за понимание механизма явления

2 балл за расчёт обоих компонент относительных скоростей

2 балл за расчёт обоих компонент относительных угловых скоростей

2 балла за расчёт видимой относительной угловой скорости движения Венеры по диску

1 балл за окончательный расчёт времени