

Задание 1. (1.2. Небесная сфера)

Зная, что продолжительность восхода Солнца на экваторе составляет 4 минуты, определить продолжительность восхода Солнца в г. Сочи ($43^{\circ}35'$ северной широты, $39^{\circ}43'$ восточной долготы)

Решение

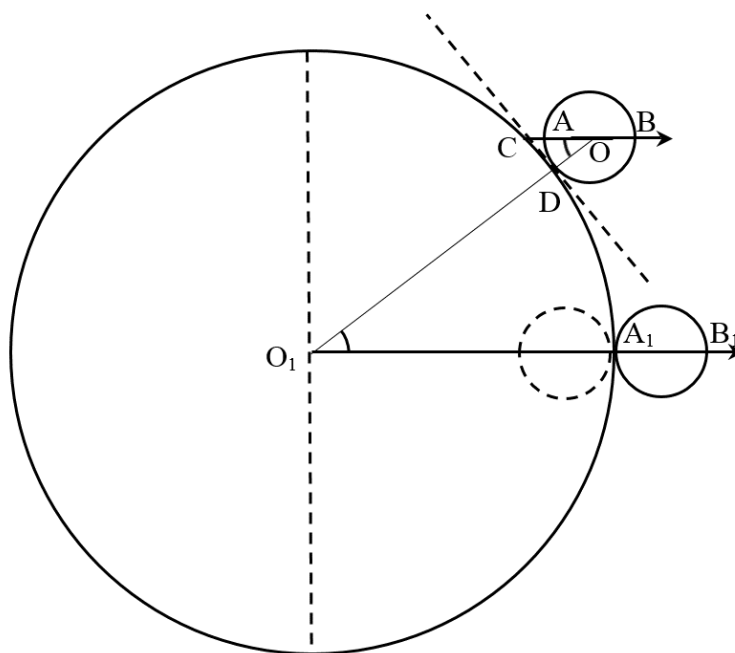
1) (4 балла – сделан рисунок движения, сделан вывод о том, что продолжительность восхода больше, чем на экваторе)

Солнце поднимается на экваторе за 4 минуты. При этом продолжительность восхода определяется временной величиной отрезка $A_1B_1 = 4$ (см. рисунок, стрелочками показано направление движения Солнца относительно горизонта во время восхода), так как Солнце восходит ровно под углом 90° . Однако, так как Солнце восходит под углом меньшим 90° , на остальных широтах (в некоторой точке D) продолжительность восхода превышает эту величину и складывается из времени, соответствующего движению по отрезку $AB = A_1B_1 = 4$, и времени, определяемого величиной отрезка AC (линия CD соответствует линии горизонта и перпендикулярна направлению радиуса).

2) (4 балла – выполнены расчёты, найдено верное время продолжительности восхода Солнца)

Для получения ответа на вопрос задачи необходимо определить относительную длину отрезка AC, которая определяется из прямоугольного треугольника CDO. Углы COD и OO_1A_1 равны как накрестлежащие и равны широте точки D. Тогда $AC = OC - AO = OC - 0.5AB = \frac{0.5AB}{\cos(\angle DOC)} - 0.5AB$.

широте точки D. Тогда $AC = OC - AO = OC - 0.5AB = \frac{0.5AB}{\cos(\angle DOC)} - 0.5AB$.



Для широты Сочи $AC = \frac{2}{\cos(43^\circ 35')} - 2 \approx 0.76$ мин или около 45 секунд.

Тогда общая продолжительность восхода Солнца в Сочи равна 4 минутам и 45 секундам.

Задание 2. (1.7. Система Солнце – Земля – Луна)

Определите продолжительность полного центрального солнечного затмения для наблюдателя на Луне.

Решение.

1) (4 балла – определена угловая продолжительность затмения)

Учитывая, что расстояние между Луной и Землёй пренебрежимо мало по сравнению с расстоянием до Солнца, можно считать, что тень Луны занимает примерно $R_L / R_\odot \approx 1738 / 6378 \approx 0.272$ радиуса поверхности Земли. Так как угловой диаметр Земли при наблюдении с Луны равен $2\arcsin(6378 / 406700) \approx 1.8^\circ$, то угловой размер тени Луны при наблюдении с Луны близок к $0.272 \cdot 1.8^\circ \approx 0.49^\circ$. Полная фаза затмения будет длиться в течение времени, когда тень Луны целиком находится на поверхности Земли, в угловой времени $1.8^\circ - 0.49^\circ \approx 1.3^\circ$.

2) (4 балла – определена временная продолжительность затмения)

Сидерический период Луны равен 27.3 суток, то есть угол в 1° среди звёзд Земля пройдёт за время $27.3 / 360 \approx 0.0758$ суток или ≈ 1.82 часа. Полная фаза центрального затмения будет длиться $1.3 \cdot 1.82 \approx 2.4$ часа.

Примечание. Ответ может незначительно отличаться от приведённого, в зависимости от используемых при решении значений расстояний-периодов.

Задание 3. (1.8. Оптические приборы)

Лунный кратер Аристарх имеет диаметр 40 км. Считая, что угловое разрешение глаза человека равно $1.5'$, определить, можно ли этот кратер различить в бинокль 8x30.

Решение.

1) (4 балла – найдены угловые размеры кратера)

Так как угловой диаметр Луны при наблюдении с Земли равен $2\arcsin(1738 / 406700) \approx 0.52^\circ \approx 31'$, то угловой размер кратера Аристарх: $31' \cdot 40 / (2 \cdot 1738) \approx 0.36'$.

2) (4 балла – найдены видимые угловые размеры кратера через бинокль, сделан верный вывод)

Согласно приведённым характеристикам, бинокль имеет объективы диаметром 30 мм и увеличивает в 8 раз. То есть кратер Архимеда будет виден под углом $0.36' \cdot 8 \approx 2.88'$. Значит, человек с нормальным зрением увидит кратер.

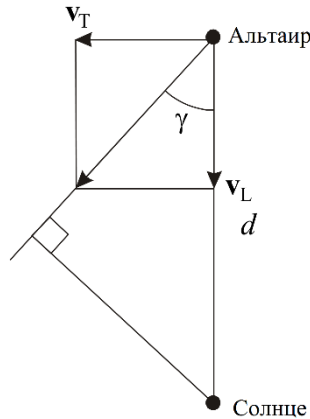
Примечание. Ответ может незначительно отличаться от приведённого, в зависимости от используемых при решении значений расстояний.

Задание 4. (2.4 Движение звезд в пространстве)

На какое минимальное расстояние подойдет Альтаир к Солнечной системе? Окажется звезда в три раза ближе, чем сейчас? Лучевая скорость Альтаира -26км/с , годичный параллакс $0.198''$, собственное движение $0.658''$.

Решение.

1) (2 балла – сделан рисунок движения, указаны скорости движения)



2) (4 балла – определены расстояние до звезды, её тангенциальная скорость, угол движения относительно Солнца, минимальное расстояние – по баллу за верный ответ)

Расстояние до Альтаира в настоящий момент $d = 1 / 0.198'' = 5.05$ пк. Тангенциальная скорость $v_t = 0.658'' \cdot 5.05 \approx 3.323$ а.е./год ≈ 15.76 км/с. Угол движения относительно Солнца $\gamma = \arctg \left| \frac{v_t}{v_r} \right| \approx \arctg(15.76 / 26) \approx 31.21^\circ$. Так значение лучевой скорости отрицательно, то звезда приближается. Минимальное расстояние: $d \sin(\gamma) \approx 2.62$ пк.

3) (2 балла – сделан верный вывод по вопросу задачи)

$5.05 / 2.62 < 2$ – звезда не приблизится на указанное в задаче расстояние.

Задание 5. (2.10. Телескопы, разрешающая и проникающая способность)

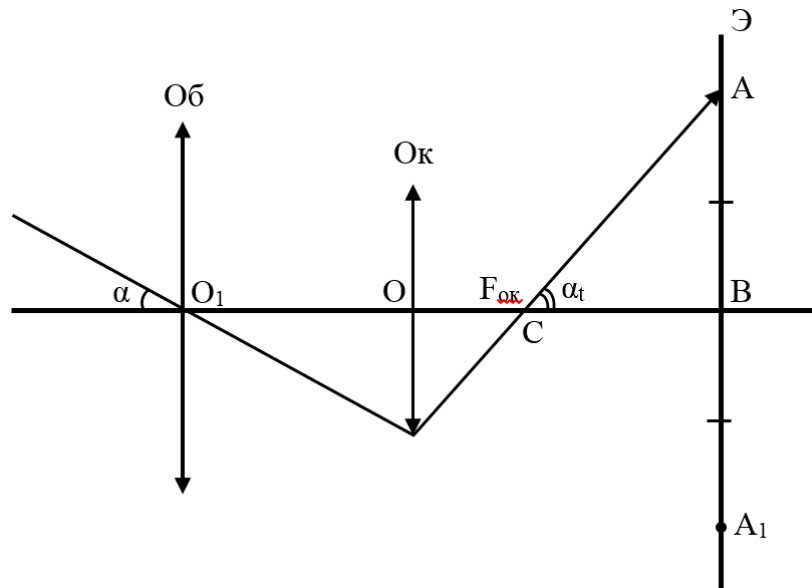
Солнце (угловой диаметр $32'$) наблюдают через телескоп, объектив которого имеет фокусное расстояние 1.5 м с окуляром, фокусное расстояние которого 7 см. Возможное удаление экрана от окуляра равно 2 м. Какой диаметр изображения можно получить?

Решение

1) (2 балла – найден максимальный угловой размера изображения)

Определим кратность (увеличение) телескопа: $\Gamma = \frac{F_{ob}}{F_{ok}}$, где F_{ob} – фокусное расстояние объектива телескопа, а F_{ok} – фокусное расстояние окуляра. То есть максимальный угловой размер изображения объекта, видимого через

телескоп, с реальными угловыми размерами α определится выражением $\alpha_t = \alpha \cdot \Gamma$.



2) (4 балла – сделан рисунок, сделан вывод об условиях, при которых диаметр изображения максимален, найден максимальный угловой размера изображения, выведена формула)

Максимальный диаметр изображения будет при максимальном удалении экрана от окуляра и размере углового изображения α_t (см. рисунок). Найдём радиус изображения – длину отрезка АВ. Рассмотрим прямоугольный треугольник АВС: $tg(\alpha_t) = \frac{AB}{BC}$, то есть $AB = BC \cdot tg(\alpha \cdot \Gamma)$.

3) (2 балла – получен ответ)

BC определяется разностью между удалённостью экрана от окуляра и фокусным расстоянием окуляра: $BC = OB - OC = OB - F_{ok}$. Найдём максимальный диаметр изображения:

$$2AB = 2(OB - F_{ok}) \cdot tg\left(\alpha \cdot \frac{F_{ob}}{F_{ok}}\right) = 2(2 - 0.07) \cdot tg\left(32' \cdot \frac{1.5}{0.07}\right) = 0.78 \text{ м.}$$

Задание 6. (2.3. Классификация звезд)

Оценить плотность и размер нейтронной звезды, если её масса в 1.5 раза превышает массу Солнца (размер нейтрона $\sim 10^{-15}$ м).

Решение.

1) (4 балла – на основе представлений о строении нейтронной звезды определена её плотность)

Нейтронные звёзды состоят преимущественно из нейтронов. Можно считать, что в среднем расстояние между нейтронами отсутствует, то есть они соприкасаются друг с другом (без «пустот»). Тогда, если один нейтрон можно представить в виде куба со сторонами $d = 10^{-15}$ м, он занимает объём

$V_n = d^3 = 10^{-45} \text{ м}^3$. Таким образом, плотность нейтронов в нейтронной звезде

$$\rho = \frac{m_n}{V_n} \approx 1.7 \cdot 10^{-27} \cdot 10^{45} = 1.7 \cdot 10^{18} \text{ кг/м}^3.$$

2) (4 балла – верно выполнены формульные преобразования, получен верный ответ)

Масса нейтронной звезды $M = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho$. Согласно условию задачи,

$$M = 1.5M_{\square}, \text{ то есть } \frac{3}{2}M_{\square} = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho. \text{ Отсюда } R = \sqrt[3]{\frac{9M_{\square}}{8\pi\rho}} \approx 7500 \text{ м.}$$