

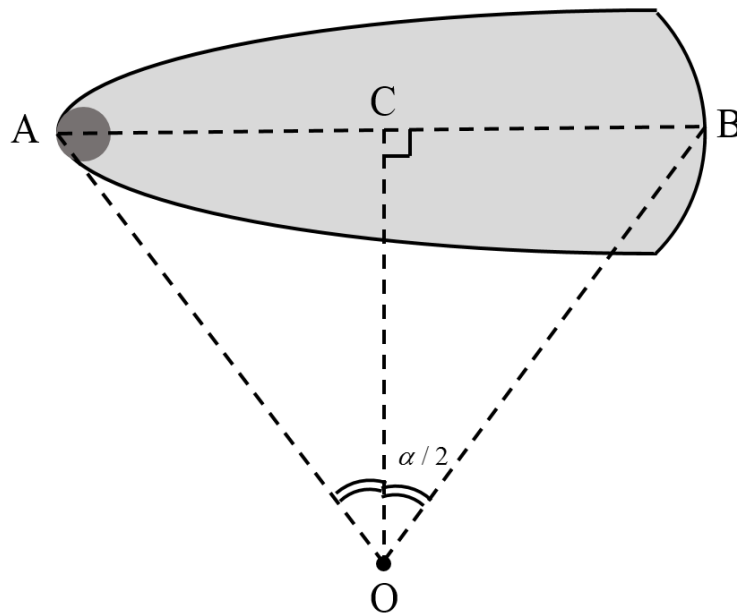
Задание 1. (1.12. Измерения расстояний в астрономии)

Комета Каталина (C/2013 US10) 17 января 2016 г. прошла ближайшую точку от Земли на расстоянии 0.72 а.е., угловые размеры её пылевого хвоста – $30'$. Оценить в километрах реальные размеры хвоста кометы.

Решение.

1) (4 балла – сделан рисунок движения, выведена формула)

В условиях задачи не указана ориентация хвоста кометы в пространстве, поэтому можно рассчитать только минимальный размер хвоста кометы, считая, что хвост кометы направлен перпендикулярно к лучу зрения.



Пусть α – угловой размер хвоста кометы, который найдётся из прямоугольного треугольника ОСВ: $\operatorname{tg}(\alpha/2) = CB/OC$. Тангенс угла можно найти с помощью таблиц или калькулятора, однако 4° – малый угол, поэтому можно считать, что тангенс равен самому углу (в радианах!) $\operatorname{tg}(\alpha/2) \approx \alpha/2$. Таким образом $\alpha \approx AB/OC$. Таким образом размер хвоста можно выразить в виде $AB \approx \alpha \cdot OC$.

2) (2 балла – выполнены переводы величины, верно оценен размер)

Переведём астрономические единицы в километры: 0.72 а.е. $\approx 0.72 \cdot 150 \cdot 10^6 = 108 \cdot 10^6$ км, градусы в радианы: $30' = 0.5^\circ$, то есть $0.5^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \approx 0.0087$ радиан. Тогда размер кометы оценится величиной

$$AB \approx 0.9 \cdot 10^6 \text{ км.}$$

3) (2 балла – сделано замечание о том, что полученное значение минимальное)

Полученная оценка длины хвоста – это минимальное возможное значение, так как нет информации о том, как ориентирован хвост в пространстве. Ответ: длина хвоста кометы составляет не менее 0.9 миллиона километров.

Задание 2. (2.1. Шкала звездных величин)

Найти отношения блеска и светимости Сириуса и Проксимы Центавра. Визуальный блеск Сириуса -1.5^m , параллакс $0.375''$. Визуальный блеск Проксимы Центавра $+11^m$, параллакс $0.762''$.

Решение.

1) (2 балла – записана формула Погсона, найдено соотношение визуальных блесков)

Согласно формуле Погсона, взаимосвязь между блесками E_1 и E_2 и видимыми звёздными величинами m_1 и m_2 двух звёзд выражается следующим образом: $\lg \frac{E_1}{E_2} = 0.4(m_2 - m_1)$. Отсюда $\lg \frac{E_1}{E_2} = 0.4(+11 - (-1.5)) = 5 \Leftrightarrow \frac{E_1}{E_2} = 10^5$ – визуально Сириус ярче Проксимы в Центавра 100000 раз.

2) (2 балла – записаны соотношения светимостей Погсона, 2 балла – записана формула связи между расстоянием и годичным параллаксом)

С другой стороны, визуальный блеск звёзд пропорционален светимости L и обратно пропорционален квадрату расстояния r от наблюдателя до звёзды: $L = \frac{E}{r^2}$. Тогда отношение светимостей Сириуса и Проксимы Центавра

можно вычислить по формуле $\frac{L_1}{L_2} = \frac{E_1}{E_2} \cdot \frac{r_2^2}{r_1^2}$. Но расстояние до звезды в парсеках обратно пропорционально её годичному параллаксу π .

3) (2 балла – найдено правильное соотношение светимостей)

$\frac{L_1}{L_2} = \frac{E_1}{E_2} \cdot \frac{\pi_2^2}{\pi_1^2} = 10^5 \cdot \left(\frac{0.375''}{0.762''} \right)^2 \approx 24000$ – Сириус ярче Проксимы Центавра в 24000 раз (то есть не так сильно, как визуально).

Задание 3. (2.10. Телескопы, разрешающая и проникающая способность)

Солнце (угловой диаметр $32'$) наблюдают через телескоп, объектив которого имеет фокусное расстояние 1.2 м с окуляром, фокусное расстояние которого 6 см. Возможное удаление экрана от окуляра равно 1 м. Какой диаметр изображения можно получить?

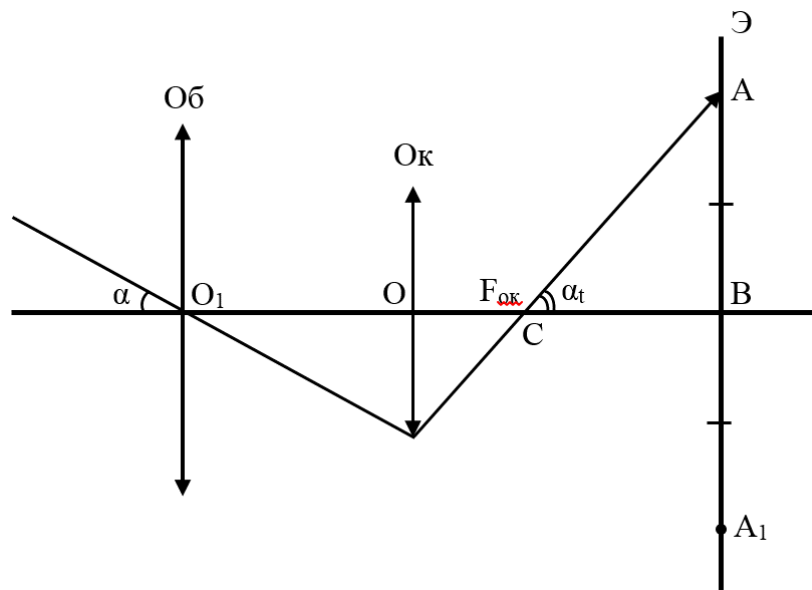
Решение.

1) (2 балла – найден максимальный угловой размера изображения)

Определим кратность (увеличение) телескопа: $\Gamma = \frac{F_{ob}}{F_{ok}}$, где F_{ob} – фокусное

расстояние объектива телескопа, а F_{ok} – фокусное расстояние окуляра. То есть максимальный угловой размер изображения объекта, видимого через телескоп, с реальными угловыми размерами α определится выражением $\alpha_t = \alpha \cdot \Gamma$.

2) (4 балла – сделан рисунок, сделан вывод об условиях, при которых диаметр изображения максимален, найден максимальный угловой размера изображения, выведена формула)



Максимальный диаметр изображения будет при максимальном удалении экрана от окуляра и размере углового изображения α_t (см. рисунок).

Найдём радиус изображения – длину отрезка АВ. Рассмотрим прямоугольный треугольник АВС: $tg(\alpha_t) = \frac{AB}{BC}$, то есть $AB = BC \cdot tg(\alpha \cdot \Gamma)$.

3) (2 балла – получен ответ)

BC определяется разностью между удалённостью экрана от окуляра и фокусным расстоянием окуляра: $BC = OB - OC = OB - F_{ok}$. Итак, найдём максимальный диаметр изображения:

$$2AB = 2(OB - F_{ok}) \cdot tg\left(\alpha \cdot \frac{F_{ob}}{F_{ok}}\right) = 2(1 - 0.06) \cdot tg\left(32' \cdot \frac{1.2}{0.06}\right) \approx 0.35 \text{ м.}$$

Задание 4. (3.6. Представление о внутреннем строении и источниках энергии Солнца и звезд)

Время жизни Солнца на главной последовательности оценивается 15 млрд. лет. Сколько водорода сгорит в нём за это время (в кг.)? Сравните ее с массой Солнца (атомная масса гелия 4.002602 а.е.м., водорода – 1.00794 а.е.м.).

Решение.

1) (2 балла – проведена оценка излученной энергии)

Светимость Солнца равна $3.88 \cdot 10^{26}$ Вт. Время жизни Солнца оценивается в 15 млрд. лет. То есть, предполагая, что в течение всего времени своей жизни светимость Солнца постоянна, можно определить величину энергии, которая будет выделена Солнцем:

$$3.88 \cdot 10^{26} \cdot 15 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \approx 1.84 \cdot 10^{44} \text{ Дж}$$

2) (2 балла – найдены потери массы Солнца в виде энергии)

Согласно формуле Эйнштейна, за это время Солнце должно потерять в виде энергии следующую массу водорода: $m = \frac{E}{c^2} \approx 2 \cdot 10^{27}$ кг.

3) (4 балла – найдена масса сгоревшего водорода)

В результате превращения четырёх атомов водорода в один атом гелия теряется масса $\frac{4 \cdot m_H - m_{He}}{4 \cdot m_H} = \frac{4 \cdot 1.00794 - 4.002602}{4 \cdot 1.00794} \approx \frac{1}{140}$ одного атома водорода. То есть за время жизни Солнца на главной последовательности в гелий превратится $140 \cdot 2 \cdot 10^{27} = 2.8 \cdot 10^{29}$ кг водорода. Это примерно 14% массы Солнца.

Задание 5. (1.2. Небесная сфера)

Зная, что продолжительность восхода Солнца на экваторе составляет 4 минуты, определить продолжительность восхода Солнца в г. Курске ($51^\circ 43'$ северной широты, $36^\circ 10'$ восточной долготы).

Решение

1) (4 балла – сделан рисунок движения, сделан вывод о том, что продолжительность восхода больше, чем на экваторе)

Солнце поднимается на экваторе за 4 минуты. При этом продолжительность восхода определяется временной величиной отрезка $A_1B_1 = 4$ (см. рисунок, стрелочками показано направление движения Солнца относительно горизонта во время восхода), так как Солнце восходит ровно под углом 90° . Однако, так как Солнце восходит под углом меньшим 90° , на остальных широтах (в некоторой точке D) продолжительность восхода превышает эту величину и складывается из времени, соответствующего движению по отрезку $AB = A_1B_1 = 4$, и времени, определяемого величиной отрезка AC (линия CD соответствует линии горизонта и перпендикулярна направлению радиуса).

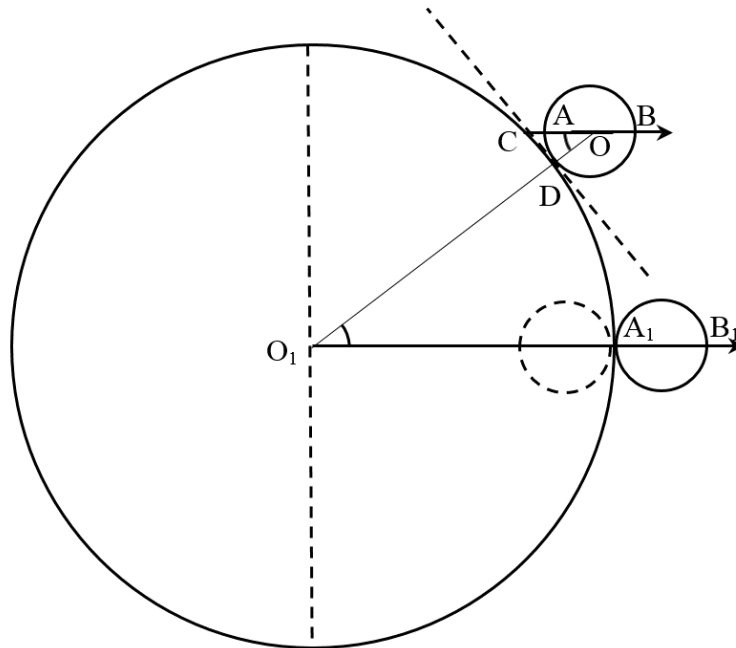
2) (4 балла – выполнены расчёты, найдено верное время продолжительности восхода Солнца)

Для получения ответа на вопрос задачи необходимо определить относительную длину отрезка AC, которая определяется из прямоугольного

треугольника CDO. Углы COD и OO_1A_1 равны как накрест лежащие и равны широте точки D. Тогда $AC = OC - AO = OC - 0.5AB = \frac{0.5AB}{\cos(\angle DOC)} - 0.5AB$.

Для широты города Курска $AC = \frac{2}{\cos(51^\circ 43')} - 2 \approx 1.228$ (мин) или около

1 минуты и 14 секунд. Тогда общая продолжительность восхода Солнца в городе Курске равна 5 минутам и 14 секундам.



Задание 6. (3.9. Основы космологии)

Удаляется или приближается к Земле туманность, у которой линия излучения водорода ($H\alpha$), имеющая длину волны 656.3 нм, оказалась смещённой в фиолетовую сторону на 0.5 нм? Чему равна скорость движения туманности относительно Земли?

Решение.

1) (4 балла – сделан верный вывод о направлении движения)

Фиолетовое смещение в спектре свидетельствует о приближении туманности (эффект Доплера)

2) (4 балла – определена скорость)

Изменение длины волны $|\Delta\lambda|$ намного меньше длины волны, то есть эффект Доплера имеет нерелятивистский характер, то есть для поиска ответа на вопрос задачи необходимо воспользоваться формулой $\Delta\lambda = \lambda \frac{v}{c}$, то есть

$$v = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda}, \quad v = 3 \cdot 10^8 \cdot \frac{0.5}{656.3} \approx 2.3 \cdot 10^5 \text{ м/с} - \text{ скорость приближения туманности.}$$