

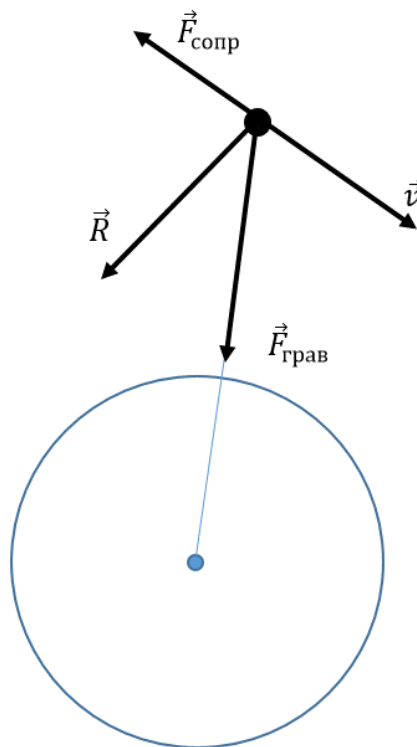
**Задание 1.** (1.5. Движение небесных тел под действием силы всемирного тяготения)

Как изменяется скорость искусственного спутника на небольших высотах (до 1000 км) из-за сопротивления атмосферы?

**Решение.**

1) (2 балла – сделан рисунок, правильно расставлены силы)

На спутник действуют две силы – сила притяжения Земли  $\vec{F}_{\text{грав}}$  и сила сопротивления воздуха  $\vec{F}_{\text{сопр}}$ . Тогда, согласно второму закону Ньютона, результирующая сила  $\vec{R} = m\vec{a} = \vec{F}_{\text{грав}} + \vec{F}_{\text{сопр}}$ , то есть направление ускорения свидетельствует о снижении орбиты спутника во времени.



2) (4 балла – сделан вывод и указаны причины увеличения скорости спутника в разреженной атмосфере)

В отсутствие сил сопротивления спутник движется по круговой орбите с первой космической скоростью. За счёт сопротивления воздуха спутник теряет энергию, потому не может сохранить свою высоту, спутник начинает приближаться к Земле, то есть падать. За счёт притяжения он разгоняется и увеличивает свою скорость. Ускоряет падающий спутник земное притяжение, а вовсе не силы трения спутника на орбите.

3) (2 балла – сделан вывод и указаны причины торможения спутника в плотных слоях атмосферы)

Войдя в плотные слои, спутник испытывает сильное торможение, сила тяжести далее не способна разогнать, спутник испытывает торможение.

**Задание 2.** (1.7. Система Солнце – Земля – Луна)

Определите продолжительность полного центрального солнечного затмения для наблюдателя на Луне (угловой диаметр Земли при наблюдении с Луны считать равным  $1.8^\circ$ ).

**Решение.**

1) (4 балла – определена угловая продолжительность затмения)

Учитывая, что расстояние между Луной и Землёй пренебрежимо мало по сравнению с расстоянием до Солнца, можно считать, что тень Луны занимает примерно  $R_L / R_\odot \approx 1738 / 6378 \approx 0.272$  радиуса поверхности Земли. Так как угловой диаметр Земли при наблюдении с Луны  $1.8^\circ$ , то угловой размер тени Луны при наблюдении с Луны близок к  $0.272 \cdot 1.8^\circ \approx 0.49^\circ$ . Полная фаза затмения будет длиться в течение времени, когда тень Луны целиком находится на поверхности Земли, в угловой времени  $1.8^\circ - 0.49^\circ \approx 1.3^\circ$ .

2) (4 балла – определена временная продолжительность затмения)

Сидерический период Луны равен 27.3 суток, то есть угол в  $1^\circ$  среди звёзд Земля пройдёт за время  $27.3 / 360 \approx 0.0758$  суток или  $\approx 1.82$  часа. Полная фаза центрального затмения будет длиться  $1.3 \cdot 1.82 \approx 2.4$  часа.

*Примечание.* Ответ может незначительно отличаться от полученного, в зависимости от используемых при решении значений расстояний и периодов.

**Задание 3.** (1.8. Оптические приборы)

Лунный кратер Архимед имеет диаметр 81 км. Считая, что угловое разрешение глаза человека равно  $1.5'$ , определить, можно ли этот кратер различить в бинокль 6х30 (считать, что угловой размер Луны с поверхности Земли равен  $31'$ ).

**Решение.**

1) (4 балла – найдены угловые размеры кратера)

Зная радиус Луны, найдём угловой размер кратера Архимед:  $31' \cdot 81 / (2 \cdot 1738) \approx 0.72'$ .

2) (4 балла – найдены видимые угловые размеры кратера через бинокль, сделан верный вывод)

Согласно приведённым характеристикам, бинокль имеет объективы диаметром 30 мм и увеличивает в 6 раз. То есть кратер Архимеда будет виден под углом  $0.72' \cdot 6 \approx 4.3'$ . Значит, человек с нормальным зрением увидит кратер.

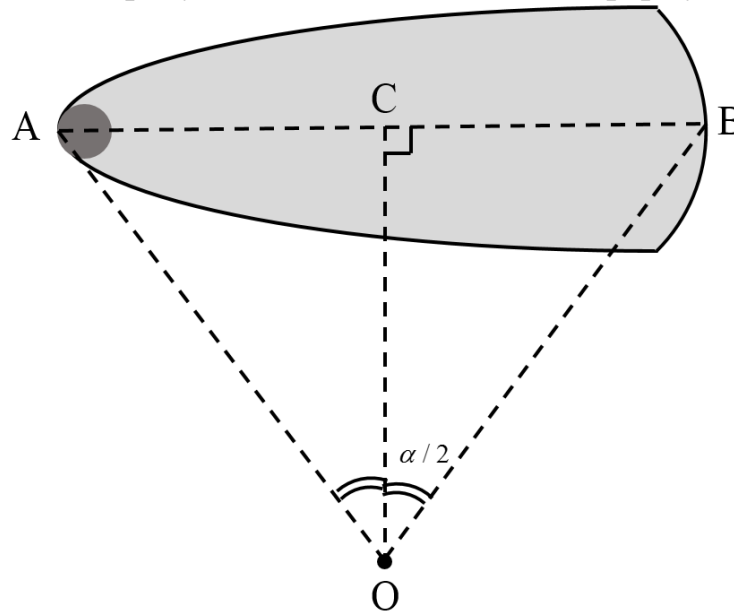
*Примечание.* Ответ может незначительно отличаться от полученного, в зависимости от используемых при решении значений расстояний.

**Задание 4.** (1.12. Измерения расстояний в астрономии)

Зелёно-голубая комета Лавджоя (C/2014 Q2) в январе 2015 года пролетела на расстоянии 0.5 а.е. от Земли, угловые размеры её хвоста составили  $4^\circ$ . Оценить в километрах реальные размеры хвоста кометы.

**Решение.**

1) (4 балла – сделан рисунок движения, выведена формула)



В условиях задачи не указана ориентация хвоста кометы в пространстве, поэтому можно рассчитать только минимальный размер хвоста кометы, считая, что хвост кометы направлен перпендикулярно к лучу зрения.

Пусть  $\alpha$  – угловой размер хвоста кометы, который можно найти из прямоугольного треугольника ОСВ:  $\operatorname{tg}(\alpha/2) = CB/OC$ . Тангенс угла можно определить с помощью таблиц или калькулятора, однако  $4^\circ$  – малый угол, поэтому можно считать, что тангенс равен самому углу (в радианах!)  $\operatorname{tg}(\alpha/2) \approx \alpha/2$ . Таким образом,  $\alpha \approx AB/OC$ . Размер хвоста можно выразить в виде  $AB \approx \alpha \cdot OC$ .

2) (2 балла – выполнены переводы величины, верно оценен размер)

Переведём астрономические единицы в километры: 0.5 а.е.  $\approx 0.5 \cdot 150 \cdot 10^6 = 75 \cdot 10^6$  км, градусы в радианы:  $4^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \approx 0.07$  радиан. Тогда

размер кометы оценится величиной  $AB \approx 5.25 \cdot 10^6$  км.

3) (2 балла – сделано замечание о том, что полученное значение минимальное)

Полученная оценка длины хвоста – это минимальное возможное значение, так как нет информации о том, как ориентирован хвост в пространстве. Ответ: длина хвоста кометы составляет не менее 5.25 миллиона километров.

### Задание 5. (1.2. Небесная сфера)

Зная, что продолжительность восхода Солнца на экваторе составляет 4 минуты, определить продолжительность восхода Солнца в г. Санкт-Петербурге ( $59^{\circ}57'$  северной широты,  $30^{\circ}19'$  восточной долготы)

#### Решение

1) (4 балла – сделан рисунок движения, сделан вывод о том, что продолжительность восхода больше, чем на экваторе)

Солнце поднимается на экваторе за 4 минуты. При этом продолжительность восхода определяется временной величиной отрезка  $A_1B_1 = 4$  (см. рисунок, стрелочками показано направление движения Солнца относительно горизонта во время восхода), так как Солнце восходит ровно под углом  $90^{\circ}$ . Однако, так как Солнце восходит под углом меньшим  $90^{\circ}$ , на остальных широтах (в некоторой точке D) продолжительность восхода превышает эту величину и складывается из времени, соответствующего движению по отрезку  $AB = A_1B_1 = 4$ , и времени, определяемого величиной отрезка AC (линия CD соответствует линии горизонта и перпендикулярна направлению радиуса).

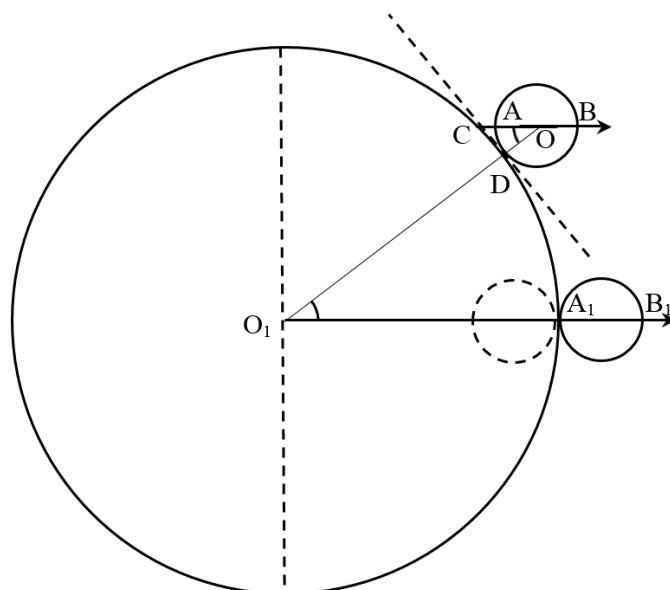
2) (4 балла – выполнены расчёты, найдено верное время продолжительности восхода Солнца)

Для получения ответа на вопрос задачи необходимо определить относительную длину отрезка AC, которая определяется из прямоугольного треугольника CDO. Углы COD и  $OO_1A_1$  равны как накрестлежащие и равны

широте точки D. Тогда  $AC = OC - AO = OC - 0.5AB = \frac{0.5AB}{\cos(\angle DOC)} - 0.5AB$ .

Для широты Санкт-Петербурга  $AC = \frac{2}{\cos(59^{\circ}57')} - 2 \approx 2$  мин. Тогда

общая продолжительность восхода Солнца в Санкт-Петербурге равна 6 минутам.



**Задание 6. (1.4. Измерение времени)**

Продолжительность тропического года на момент 1 января 2000 г. составляла 365 дней 5 часов 48 минут 45,19 секунды. Когда было максимальное соответствие тропического года году в юлианском календаре? Сутки на Земле в среднем увеличиваются на 2 мс каждые 100 лет.

**Решение.**

1) (4 балла – определена разница во времени года в юлианском календаря и года в тропическом)

Продолжительность года в юлианском календаре равна 365.25 суток. Продолжительность тропического года в 2000 году равна 365 дням 5 часам 48 минутам 45.19 секундам, то есть примерно 365,242189699 суток. То есть в 2000 году разница между календарями составляла примерно 0.007810301 суток – тропический год меньше, продолжительность суток увеличивается, то есть юлианский календарь был справедлив в прошлом.

2) (4 балла – дан ответ на вопрос задачи)

Разница 0.007810301 суток соответствует примерно 674.8 секундам. Такая разница, согласно условию задачи, возникнет за  $100 \cdot 674.8 / 0.002 \approx 33740000$  лет.