Астрономия, 10 класс, муниципальный этап

Общие рекомендации для членов жюри

1. Решение каждой задачи предлагается оценивать по **8-бальной** системе. Максимальное количество баллов присуждается только при наличии объяснения полученного результата.
2. При проверке работ несколькими членами жюри целесообразно распределить задачи между проверяющими так, чтобы одну задачу проверял только один член жюри. Это позволяет сохранить объективность проверки.
3. Организатор олимпиады должен предоставить участнику дополнительные данные, необходимые для получения численного результата в соответствии с содержанием текстов заданий.
4. При выполнении заданий участнику разрешается пользоваться калькулятором.
5. При численных расчетах необходимо соблюдать правила действия с приближенными величинами.
6. Итоговый результат каждой работы рекомендуется представлять как сумму всех баллов, набранных участниками олимпиады за все задачи.

Решения

<u>Задание 1.</u>

Звезда в верхней кульминации кульминирует к югу от зенита на высоте $h_1 = 60°$, а в нижней кульминации та же звезда кульминирует на высоте $h_2 = 30°$. Определите широту места наблюдения и склонение звезды.

Решение:

Из условий кульминаций имеем

$$90° - h_1 = \varphi - \delta \text{ (для верхней кульминации)},$$

$$90° - h_2 = 180° - \varphi - \delta \text{ (для нижней кульминации)}.$$

Из этих соотношений следует

$$\delta = \frac{h_1 + h_2}{2} = 45^\circ.$$

$$\varphi = 90^\circ + \frac{h_2 - h_1}{2} = 75^\circ.$$

Ответ: $\delta = 45°$, $\varphi = 75°$.

Рекомендации для жюри:

Запись условий нахождения звезды в верхней и нижней кульминации оценивается по 2 балла за каждое условие.

Правильные вычисления δ и φ повышают оценку на 2 балла за каждый верный ответ.

Задание 2.

В некотором пункте на Земле Солнце взошло в $T_{mв} = 5$ час. 54 мин., а зашло в $T_{mз} = 6$ час. 16 мин. вечера по местному среднему солнечному времени. Определите уравнение времени η в этот день.

Решение:

Примем, что часовые углы Солнца для восхода $t_{Св}$ и захода $t_{Сз}$ центра диска Солнца симметричны относительно небесного меридиана.

$$|t_{Св}| = |t_{Сз}|.$$

Эти углы найдем, зная истинное солнечное время восхода Солнца $T_{Св}$ и захода Солнца $T_{Сз}$.

$$t_{Св} = T_{Св} - 12 \text{ час.}$$
$$t_{Сз} = T_{Сз} - 12 \text{ час.}$$

Поскольку уравнение времени η, истинное солнечное время $T_С$ и среднее солнечное время связаны соотношением

$$\eta = T_m - T_С,$$

то имеем

$$|T_{mв} - \eta - 12| = T_{mз} - \eta - 12,$$

или

$$|5 \text{ час. } 54 \text{ мин.} - \eta - 12 \text{ час.}| = 18 \text{ час. } 16 \text{ мин.} - \eta - 12 \text{ час.}$$

Отсюда $\eta = 5$ мин.

Ответ: 5 мин.

Рекомендации для жюри:

Указание на равенство часовых углов Солнца при его восходе и заходе относительно небесного меридиана дает 3 балла.
Указание на связь часового угла Солнца и истинного солнечного времени дает 1 балл.
Учет уравнения времени дает 2 балла.
Верные вычисления дают 2 балла.

Примечание.

При определении уравнения времени в виде $\eta = T_С - T_m$ и дальнейших верных вычислениях и рассуждениях оценка за решение задачи не снижается.

Задание 3.

Определите время перелета τ космического аппарата с орбиты Земли до гравитационного фокуса Солнца (в котором сходятся лучи звезд, если эти лучи проходят вблизи поверхности Солнца), Расстояние Солнца до его гравитационного фокуса принять равным $a = 500$ а.е. Перелет аппарата происходит по орбите с наименьшей затратой энергии.

Решение:

Время перелета τ аппарата равно половине соответствующего орбитального периода T аппарата, движущего вокруг Солнца по эллиптической орбите с перигелием на орбите Земли и с афелием в гравитационном фокусе Солнца.

$$\tau = T/2$$

Орбитальный период Земли $T_З$, большая полуось орбиты Земли $a_З$, большая полуось орбиты аппарата a и его орбитальный период T связаны соотношением

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{T_З^2}{a_З^3}.$$

Примем $T_З = 1$ год, $a_З = 1$ а.е., $a = \frac{a_З + r}{2}$.

Окончательно

$$\tau = \frac{1}{2} \cdot T_З \cdot \sqrt{\frac{\left(\frac{a_З + r}{2}\right)^3}{a_З^3}}.$$

Подставляя числовые данные, найдем $\tau = 1982$ года ≈ 2000 лет.

Ответ: 2000 лет.

Рекомендации для жюри:
Использование 3-го закона Кеплера дает 2 балла.
Выражение для вычисления большой полуоси орбиты a *космического аппарата дает 2 балла.*
Верные вычисления времени перелета τ *космического аппарата дают 4 балла.*

Задание 4.

Наблюдатель обнаружил скопление (связку) ИСЗ с общей звездной величиной $m = +3^m$. В этом скоплении он насчитал $N_1 = 10$ спутников со звездной величиной $m_1 = +6^m$. Предполагая, что остальные спутники имели звездную величину $m_2 = +7^m$, найдите, сколько всего спутников N входило в данное скопление ИСЗ?

Решение:

По формуле Н. Погсона, имеем

$$\frac{E}{E_2} = 2{,}512^{m_2 - m}.$$

По условию задачи, для освещенностей E, E_1, E_2 имеем

$$E = 10E_1 + N_2E_2.$$

Тогда

$$\frac{10E_1 + N_2E_2}{E_2} = 2{,}512^{7-3}.$$

Но $\frac{E_1}{E_2} = 2{,}512^{7-6}$.

Из последних двух соотношений определяем N_2: $N_2 = 39{,}817912 - 25{,}12 \approx 15$.

Наконец, $N = N_1 + N_2 = 10 + 15 = 25$.

Ответ: 25.

Рекомендации для жюри:
Применение формулы Погсона дает 2 балла.
Определение числа N_2 спутников со звездной величиной $m_2=7^m$ увеличивает оценку на 4 балла (по баллу за каждый логический шаг).
Определение полного числа спутников повышает оценку еще на 2 балла.

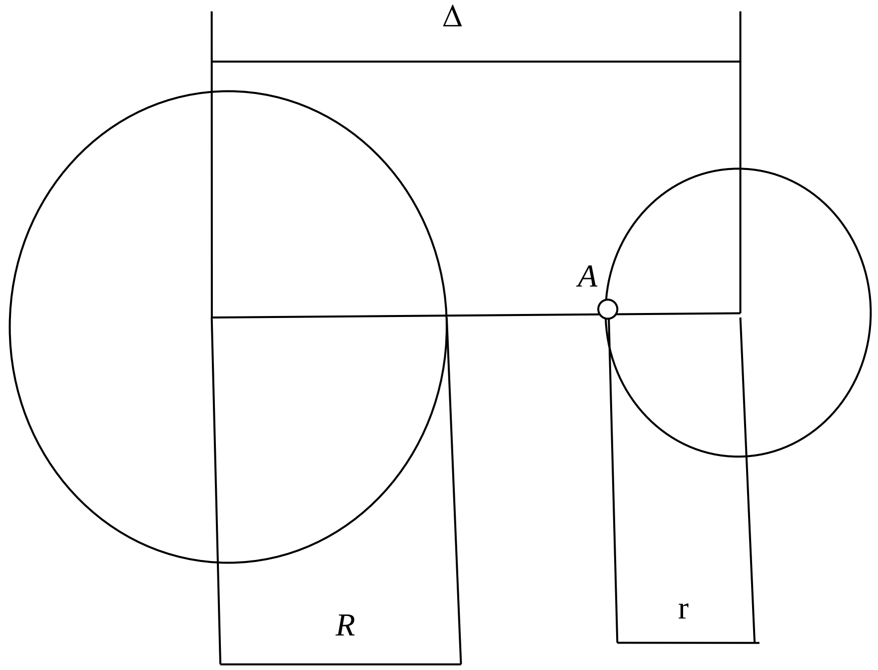
<u>Задание 5.</u>

Малое рыхлое тело разрушилось при сближении со скалистой планетой на расстоянии $\Delta = 2R$ – двух радиусов планеты между этими объектами. Определите радиус r малого тела в радиусах планеты, если плотности планеты ρ_p и спутника ρ_s отличаются в $n = 3$ раза.

Решение:

Изобразим на рисунке планету с радиусом R и малое тело с радиусом r.

Расстояние между этими телами равно Δ.



Предполагаем, что разрушение спутника происходит при равенстве в точке A приливообразующего ускорения g и ускорения силы тяжести на поверхности спутника g_c. (Без учета скорости движения спутника относительно планеты).

$$g = g_c. \tag{1}$$

$$g = \frac{GM}{(\Delta - r)^2} - \frac{GM}{\Delta^2}.$$

$$g_c = \frac{Gm}{r^2}.$$

Здесь G – гравитационная постоянная.

Массы планеты и спутника выразим через их радиусы и плотности.

$$M = \frac{4\pi R^3 \rho_p}{3}.$$

$$m = \frac{4\pi r^3 \rho_s}{3}.$$

С учетом сказанного, после приведения к общему знаменателю выражения (1) и деления полученного уравнения на величину $r^3R^4 \neq 0$, придем к уравнению

$$\frac{1}{n}\left(\frac{\Delta}{R}\right)^2\left(\frac{r}{R}\right)^2 + \left(-2\frac{1}{n}\left(\frac{\Delta}{R}\right)^3 + 1\right)\frac{r}{R} - 2\left(\frac{\Delta}{R}\right) + \frac{1}{n}\left(\frac{\Delta}{R}\right)^4 = 0. \qquad (2)$$

Подставляя в данное квадратное уравнение (относительно величины r/R)числовые значения заданных величин, получим

$$\left(\frac{r}{R}\right)_1 = \frac{13+\sqrt{105}}{8} = 2{,}9059$$

$$\left(\frac{r}{R}\right)_2 = \frac{13-\sqrt{105}}{8} = 0{,}3441$$

Первый корень отбрасываем, полагая, что радиус спутника не может быть больше расстояния Δ между спутником и планетой.

Остается 2 корень: r/R = 0,3441.

Ответ: 0,3441.

Рекомендации для жюри:

Формула для приливного ускорения дает 2 балла.
Запись выражения для ускорения свободного падения на поверхности спутника дает 1 балл.
Составление выражения для определения величины r/R дает 3 балла.
Верные вычисления повышают оценку на 2 балла.

Примечание.

Не считается ошибкой замена уравнения (2) на равносильное ему уравнение, обе части которого умножены на n.

Задание 6.

На сколько процентов будут отличаться круговые скорости звезд на периферии Галактики, если из нее удалить темную материю?

Решение:

Круговую скорость периферийных звезд Галактики в настоящее время определим в виде

$$V = \sqrt{\frac{GM}{r}}.$$

Здесь

G – гравитационная постоянная,

M – масса Галактики,

r – характерный размер (радиус) Галактики.

Круговую скорость звезды на периферии Галактики без учета темной материи представим в виде

$$V_k = \sqrt{\frac{G(M - \frac{1}{4}M)}{r}}.$$

(Полагаем, что Галактика на 1/4 массы состоит из темной материи).

Тогда,

$$\frac{V-V_k}{V}\cdot 100\% = \left(1-\sqrt{1-\frac{1}{4}}\right)\cdot 100\% = \left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot 100\% \approx 13{,}4\%.$$

Ответ: 13,4%.

Рекомендации для жюри:
Запись выражения для круговой скорости звезды дает 3 балла.
Оценка массы темной материи в Галактике повышает оценку на 4 балла.
Правильные вычисления повышают оценку еще на 2 балла.

Примечание.
Решение задачи, с использованием численных значений параметров Галактики, не снижает оценки, при условии верного ответа.

Максимально за все задания олимпиады – 48 баллов.

№ задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Всего**
Баллы	8	8	8	8	8	8	**48**