Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

Муниципальный этап

2018-2019

Решения. 9 класс

1. Текущая разница между юлианским и григорианским календарями составляем 13 суток. Определите в каком году Старый Новый год (Новый Год по юлианскому календарю, по старому стилю) будет приходиться на первый день календарной весны по григорианскому календарю.

Решение

Старый новый год в текущую эпоху – 13 января по григорианскому календарю. Между 13 января и 1 марта – 47 календарных суток в случае не високосного года и 48 календарных суток в случае високосного года (2 балла)

В 2100 году разница между календарями станет 14 суток, в 2200 – 15 суток, в 2300 – 16 суток, а в 2400 – дополнительный день не появится, так как этот год високосный по обоим календарям. Таким образом, разница в 3 дня копится за 400 лет. (2 балла)

Не сложно посчитать, что 45 из искомых 47 или 48 суток накопится за 6000 лет, т.е. к 8000 году. К 8100 году разница составит 46 дней, а к 8200 – 47 дней. Так как 8200 год не является високосным в григорианском календаре – искомый год найден. (4 балла)

2. У какой планеты Солнечной системы будет наблюдаться наибольший синодический период, если наблюдатель находится на Марсе? Выразите синодический период этой планеты в марсианских годах (в периодах обращения вокруг Солнца).

Решение

Запишем 2 формулы, позволяющие вычислить синодические периоды планет

- $\frac{1}{S}=\frac{1}{Tм}-\frac{1}{T}$ - для внешних планет (Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун для наблюдателя на Марсе). В данной формуле S – синодический период, Тм – сидерический период Марса, Т – сидерический период планеты.

- $\frac{1}{S}=\frac{1}{T}-\frac{1}{Tм}$ - для внутренних планет (Меркурий, Венера, Земля для наблюдателя на Марсе). В данной формуле S – синодический период, Тм –

сидерический период Марса, T – сидерический период планеты. (правильная запись уравнений и определение внутренних и внешних планет – 2 балла).

Из анализа уравнения для внутренней планеты видно, что, чем больше сидерический период внутренней планеты, тем больше будет синодический период. В данном случае, нам подходит Земля, рассчитаем ее синодический период и получим $S_1 = 780$ суток (2 балла)

Из анализа уравнения для внешней планеты видно, что, чем меньше сидерический период внешней планеты, тем больше будет синодический период. В данном случае, нам подходит Юпитер, рассчитаем его синодический период и получим $S_2 = 816{,}5$ суток (2 балла).

Так как другие внешние планеты будут иметь меньший синодический период, чем Юпитер и другие внутренние планеты будут иметь меньший синодический период, чем Земля – выбираем между Юпитером и Землей. Верный ответ – Юпитер. Выразим синодический период Юпитера в марсианских годах – 1,19 марсианских лет (2 балла).

3. Возможно ли, чтобы при движении по эллиптической орбите, апоцентрическое расстояние было бы вдвое больше перицентрического?

Решение

Запишем уравнения для апоцентрического и перицентрического расстояний:

- $R_a = a(1+e)$
- $R_p = a(1-e)$ (знание формул – 2 балла)

Кроме того, мы знаем, что по условию - $R_a = 2R_p$

Получаем

$$R_a = 2R_p \Rightarrow a(1+e) = 2a(1-e) \Rightarrow (1+e) = 2(1-e) \Rightarrow 1+e = 2-2e \Rightarrow 3e = 1 \Rightarrow e = \frac{1}{3}$$

(получение эксцентриситета – 4 балла)

Так как значение эксцентриситета внутри диапазона от 0 до 1, такой тип орбиты вполне возможен. (верный вывод – 2 балла).

4. Что существеннее повлияет на изменение светимости звезды - увеличение ее температуры в 2 раза или увеличение ее радиуса в 4 раза?

Решение

Запишем уравнение для светимости звезды

$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ (знание формулы – 2 балла). Здесь R – радиус звезды, а T – температура поверхности, остальные величины – константы.

Увеличим температуру звезды в 2 раза и сравним светимости $\frac{L_1}{L} = \frac{4\pi R^2 \sigma (2T)^4}{4\pi R^2 \sigma T4} => \frac{16T^4}{T^4} => \frac{L_1}{L} = 16$ (2 балла). В 16 раз вырастет светимость звезды, если увеличить ее температуру в 2 раза.

Увеличим радиус в 4 раза и сравним светимости

$\frac{L_2}{L} = \frac{4\pi (4R)^2 \sigma T^4}{4\pi R^2 \sigma T4} => \frac{16R^2}{R^2} = 16$ (2 балла). В 16 раз вырастет светимость звезды, если увеличить ее радиус в 4 раза.

Таким образом, увеличение температуры в 2 раза или радиуса в 4 раза одинаково скажется на увеличении светимости (2 балла)

5. На какое расстояние необходимо удалиться от Солнца, чтобы его видимая звездная величина стала на 16,8 звездных величин больше по сравнению с той видимой звездной величиной Солнца, что наблюдается с Земли?

Решение

Видимая звездная величина Солнца на Земле - $m_1 = -26{,}8^m$, а среднее расстояние между Землей и Солнцем – 150 млн километров или 1 астрономическая единица. Нам требуется определить с какого расстояния видимая звездная величина Солнца составит $m_2 = m_1 + 16{,}8^m = -10^m$ (2 балла)

По формуле Погсона (в удобной для нас форме): $\frac{E_2}{E_1} = 2{,}512^{\,m_1 - m_2}$. Так как объект один – Солнце, можно записать это уравнение в виде

$\frac{E_1}{E_2} = 2{,}512^{m_2 - m_1} = \frac{R_2^{\ 2}}{R_1^{\ 2}}$, где R1 – расстояние между Землей и Солнцем, R2 – искомое расстояние. (4 балла).

$2{,}512^{m_1 - m_2} = \frac{R_2^{\ 2}}{R_1^{\ 2}} => R_2 = \sqrt{2{,}512^{m_{21} - m_1} R_1^{\ 2}} = \sqrt{2{,}512^{16} * 1} = 1585$ астрономических единиц (2 балла). Ответ, полученный в километрах, тоже приемлем – $2{,}3*10^{11}$ км

6. Возле усадьбы одного состоятельного человека установили большие солнечные часы (гномон). Строители действовали точно по инструкции, и завершили монтаж часов в начале сентября. Сравнив показания солнечных часов и имеющихся наручных, показывающих местное время, строители решили, что разница показаний невелика и закончили работу. Однако ближе к ноябрю состоятельный хозяин обнаружил

значительные различия между показаниями гномона и наручных часов и отправил строителям жалобу. Вернувшиеся ближе к Новому году строители проверили гномон и вновь разница показаний оказалась невелика. Кто ошибается - строители или состоятельный хозяин?

Решение

При кажущейся трудности этой задачи, в реальности она достаточно проста с алгоритмической точки зрения. Все дело в том, что ни строители, ни состоятельный хозяин не ошибаются относительно хода часов наручных (показывающих местное, т.е. среднее солнечной время) и гномона (показывающихся истинное солнечное время). (2 балла за вывод, что никто не ошибается). Дело в том, что истинное солнечное время течет неравномерно, поэтому в разные календарные даты ошибка уравнения времени разная (любое упоминание уравнения времени – 5 баллов). В начале сентября и в конце декабря разность среднего и истинного солнечного времен невелика, в то время как в конце октябре – в начале декабря приобретает одно из максимальных значений в течение года (указание дат и ссылка на поправки – 1 балл).