

Задание 1. (3.3. Основы небесной механики)

Вокруг жёлтого субгиганта HD 217107 (6 G. Piscium) массой 0.9 солнечных, находящегося в созвездии Рыбы, обращаются, как минимум, две планеты. Одна из них – планета типа горячего Юпитера HD 217107b, открытая в 1998 году с большой полуосью равной 0,075 а.е. и массой 1.39 от массы Юпитера. Найти период обращения HD 217107b.

Решение

1) (2 балла – записан третий закон Кеплера)

Для решения этой задачи следует воспользоваться третьим законом Кеплера в форме $\frac{a^3}{T^2 m_0} = \text{const}$,

из которого следует, что период обращения связан с массой центрального тела (звезды) и значением большой полуоси.

2) (3 балла – выведена формула для расчёта периода)

Тогда соотношение между периодами обращения HD 217107 с и Юпитера определяется формулой

$$\frac{T}{T_J} = \sqrt{\frac{(a_J / a_{hJ})^3}{(m_{HD} / m_0)}}.$$

3) (1 балл – найдены характеристики Юпитера из справочных данных)

Период обращения Юпитера $T_J = 11.862$ лет, большая полуось орбиты равна 5.2 а.е.

4) (2 балла – за верные расчёты)

Так как масса m_{HD} звезды HD 217107 равна 0,9 массе Солнца, а большая полуось a_{hJ} горячего Юпитера в a_J / a_{hJ} раз меньше большой полуоси орбиты Юпитера, то период обращения равен

$$T = 11.862 / \sqrt{(5.2 / 0.075)^3 / 0.9} \approx 0.19 \text{ года (7,11 дней)}.$$

Задание 2. (6.4. Космология)

Галактика М64 (ТПС 4826) Чёрный глаз, находящаяся в созвездии Волосы Вероники и интересная тем, что внутренний диск и звёзды на периферии вращаются в противоположных направлениях, имеет спектральную линию водорода Н-альфа равную 657.16 нм (длина волны линии Н-альфа равна 656.28 нм). Чему равно расстояние до галактики? Приближается или удаляется она от нас?

Решение

1) (3 балла – найдено красное смещение, сделан вывод об удалении)

Определим красное смещение галактики: $z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = 0.00134$. Красное смещение больше нуля,

следовательно галактика удаляется.

2) (2 балла – определена скорость галактики)

Скорость удаления галактики $v = zC = 402$ км/с

2) (3 балла – определено расстояние)

По закону Хаббла найдём расстояние $r = v / H = 402 / 68 \text{ Мпк} \approx 5,9 \text{ Мпк}$.

Задание 3. (5.6. Эволюция звезд)

В настоящее время условия, при которых конечным этапом эволюции звезды является её превращение в чёрную дыру, изучены не достаточно хорошо. Различные математические модели определяют нижнюю границу массы звезды, которая превратится в чёрную дыру, в пределах от 2.5 до 5 солнечных масс. Чему будет равен радиус чёрной дыры, если предположить, что нижняя граница равна трём солнечным массам? Другими словами, на каком расстоянии от центра чёрной дыры квант света преодолеет её притяжение?

Решение

1) (3 балла – определена связь между второй косм. скоростью и радиусом ЧД)

Чёрная дыра – это область, которую не могут покинуть даже объекты, двигающиеся со скоростью света. Для преодоления гравитационного притяжения некоторого тела улетающий объект должен иметь скорость не меньшую второй космической скорости.

Вторая космическая скорость равна – $v_2 = \sqrt{2GM / R}$, где М – масса тела (в нашем случае чёрной дыры), а R – расстояние до центра тела (радиус чёрной дыры)

Прим. Ученик не обязан знать эту формулу, но может вывести из закона сохранения энергии: когда объект, находившийся на расстоянии R от тела и двигался со второй космической скоростью от него, преодолел гравитационное притяжение, его потенциальная и кинетическая энергии стали равны 0:

$$\frac{mv_2^2}{2} - G \frac{mM}{R} = 0.$$

2) (3 балла – определена связь между скоростью света и радиусом чд)

Максимально возможная скорость – скорость света, то есть вторая космическая скорость не может быть больше скорости света, а значит, радиус черной дыры является решением уравнения

$$c = \sqrt{2GM / R}$$

3) (2 балла – найден радиус)

$$R = 2GM / c^2 = 2 * 6.67 * 10^{-11} * 3 * 2 * 10^{30} / (3 * 10^8)^2 \approx 9000 \text{ м} = 9 \text{ км}.$$

Задание 4. (4.5. Шкала звездных величин)

Квезары, так называемые «маяки Вселенной», являются одними из ярчайших объектов Вселенной: они в среднем выделяют в секунду в 10 триллионов раз больше энергии, чем Солнце. На каком расстоянии должен находиться квазар, чтобы его видимая звёздная величина была равна блеску ярчайшей звезды земного неба – Сириуса, светимость которого в 25 раз больше солнечной (расстояние до Сириуса равно 2,64 пк).

Решение

1) (3 балла – вывод об освещённостях)

Если видимые звёздные величины двух объектов совпадают, то освещённости от объектов (видимые яркости) равны (можно вспомнить формулу $m_1 - m_2 = -2,5 \lg \left(\frac{I_1}{I_2} \right)$). То есть освещённости от

Сириуса и квазара должны быть равны.

2) (3 балла – связь видимой яркости от расстояния и светимости)

Освещённость от объекта прямо пропорциональна его светимости и обратно пропорциональна квадрату расстояния от него, поэтому из условия $I_1 = I_2$ следует, что $L_{кв} / r_{кв}^2 = L_{Сириус} / r_{Сириус}^2$, то

$$\text{есть } r_{кв} = \sqrt{L_{кв} r_{Сириус}^2 / L_{Сириус}}$$

3) (2 балла – получен ответ)

Согласно условию задачи $L_{кв} = 10^{13} L_{\square}$, $L_{Сириус} = 25 L_{\square}$, тогда

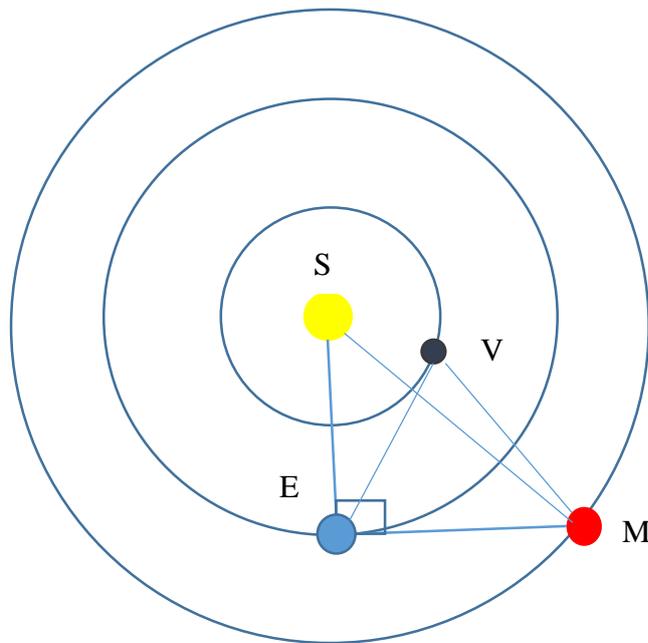
$$r_{кв} = \sqrt{10^{13} 2.64^2 / 25} \approx 1.7 * 10^6 \text{ пк}.$$

Задание 5. (3.4. Солнечная система)

Венера и Марс находятся в западной элонгации (для Венеры около 48°) и в западной квадратуре соответственно. Чему равно расстояние между ними?

Решение

1) (3 балла – сделан чертёж и правильно описано взаимное положение планет)



Радиусы орбит: $SE=1\text{a.e.}$, $SV=0,72\text{a.e.}$, $SM=1,52\text{a.e.}$, угол $SEV=48^\circ$.

2) (2 балла – найдено расстояние между Землёй и Венерой)

Из теоремы косинусов $SE = \sqrt{VE^2 + VS^2 - 2VE * VS \cos(SEM)}$, откуда $VE=1.3\text{ a.e.}$

3) (3 балла – определено расстояние между Марсом и Венерой)

Угол $VEM=42^\circ$, а расстояние между Землёй и Марсом из теоремы Пифагора для треугольника SEM:

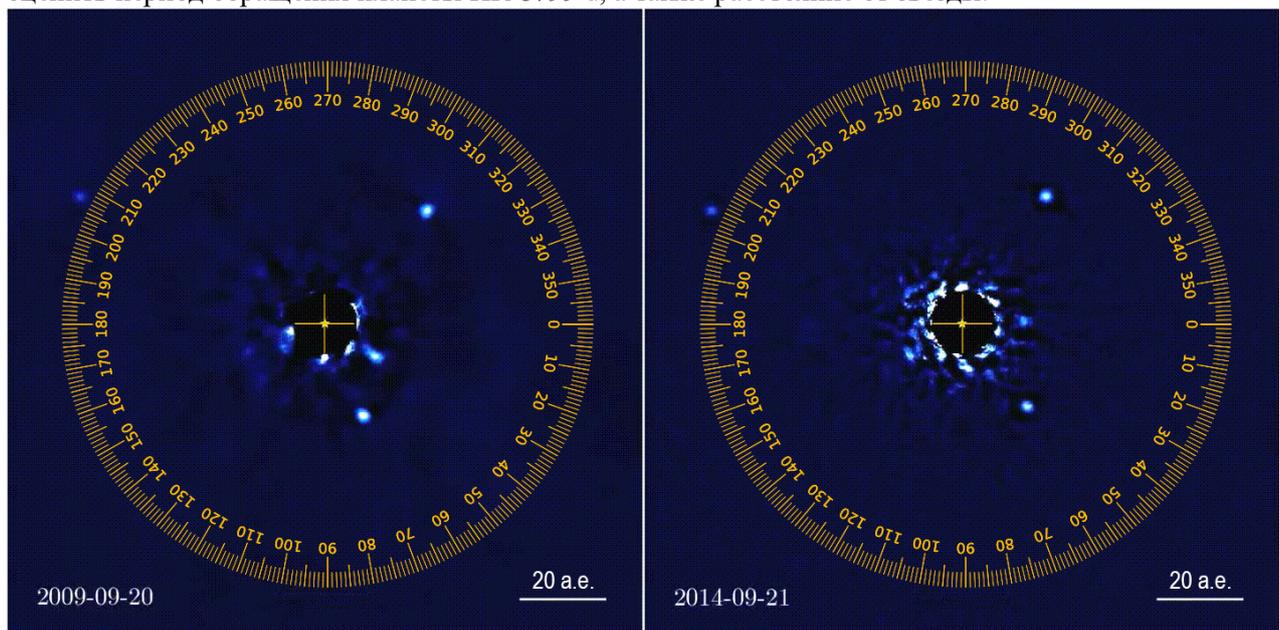
$$\sqrt{SM^2 - SE^2} = 1.145\text{a.e}$$

По теореме косинусов расстояние между Венерой и Марсом $VM =$

$$\sqrt{VE^2 + ME^2 - 2VE * ME \cos(VEM)}=0.9\text{a.e.}$$

Задание 6. (4.8. Двойные и переменные звезды)

На рисунках изображены снимки прямых наблюдений переменной звезды HR 8799 Пегаса через десятиметровый телескоп обсерватории Кека (Гавайи). Хорошо видно орбитальное движение четырёх планет-гигантов HR 8799 e (справа), HR 8799 d (внизу справа), HR 8799 c (справа сверху), HR 8799 b (вверху слева) с массами 9, 10, 10, 7 масс Юпитера соответственно. Пользуясь изображениями, оценить период обращения планеты HR 8799 d, а также расстояние от звезды.



Решение

1) (2 балла – указан принцип расчёта)

Для определения радиуса орбиты воспользуемся линейкой и школой снизу – на рисунке расстояние от звезды до планеты соотносится больше масштабной шкалы в 1,2 раз.

2) (2 балла – верно оценено расстояние от звезды)

То есть радиус орбиты приблизительно равен $1.2 * 20 \text{ а.е.} = 24 \text{ а.е.}$

2) (2 балла – указан принцип расчёта (время и угол))

За 5 лет (время между двумя фотографиям) планета преодолела около 20° градусов относительно звезды (угол определяется с помощью линейки и градуированного круга на рисунке).

3) (2 балла – верно оценен период)

Период обращения приблизительно равен $360^\circ * 5 \text{ лет} / 20^\circ = 90 \text{ лет.}$