



11 класс, 2019/2020 учебный год Длительность 3 часа. Максимум 48 баллов.

1. **«Замедление» времени.** (**8 баллов**). Насколько изменится продолжительность года, если расстояние Земли от Солнца увеличится на 1000 км?

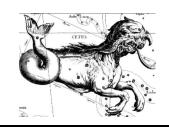
Решение:

Используем третий закон Кеплера для связи периода и радиуса орбиты $(T^2 \sim R^3)$. $(2 \, \textit{балла})$. Определим, как при этом небольшое изменение R отразится на T. Знакомым с основами математического анализа, достаточно взять производные от R и T; а те, кто не знаком с дифференцированием, могут использовать бином Ньютона для $(R + \Delta R)^3$ и $(T + \Delta T)^2$. $(2 \, \textit{балла})$. Оба метода дадут связь: $\Delta T/T = 3/2 \, \Delta R/R$. $(2 \, \textit{балла})$. Отсюда $\Delta T/T = 1,5(\Delta R/R)$ года $= 10^{-5}$ года ≈ 300 сек. ≈ 5 мин. $(2 \, \textit{балла})$.

2. **Венера для марсиан**. **(8 баллов).** Для земного наблюдателя блеск Венеры во время наибольшей элонгации равен —4 ,4^m . Чему равен блеск Венеры в этой же конфигурации при наблюдении с Марса? Расстояние Венеры от Солнца равно 0,72 а. е., а Марса от Солнца 1,52 а. е.

Решение:

Расстояние Венеры от Земли в момент наибольшей элонгации составляет $\sqrt{1-0.72^2}=0.69$ а. е., а от Марса $\sqrt{1.52^2-0.72^2}=1.34$ а. е. (2 балла). Квадрат отношения этих расстояний составляет 3.77 — во столько же раз будет меньше поток света от Венеры на Марсе по сравнению с Землей. (2 балла). В звездных величинах это около 1.4^m . (2 балла). Следовательно, во время наибольшей элонгации на Марсе блеск Венеры будет около -3^m . (2 балла).





11 класс, 2019/2020 учебный год Длительность 3 часа. Максимум 48 баллов.

- 3. **Потемнение к краю**. **(8 баллов).** Почему солнечный диск выглядит ярче в центре, чем по краям? Варианты ответа:
 - а) центр солнечного диска горячее, чем его края;
 - б) центр солнечного диска ближе к Земле, чем края;
 - в) в центре мы видим более глубокие слои фотосферы;
 - г) глаз человека в центре поля зрения чувствительнее, чем по краям;
 - д) в телескопе любое изображение темнее у края поля зрения (эффект диафрагмирования наклонного пучка);
 - е) солнечные лучи выходят перпендикулярно к его поверхности, поэтому лучи от краев диска на Землю не попадают.

Решение:

Верен ответ «в»: наблюдая поверхность Солнца в центре диска, мы видим более глубокие, а следовательно, более горячие слои фотосферы. Дело в том, что, распространяясь перпендикулярно поверхности Солнца, эти лучи могут выйти с довольно большой глубины. А чтобы направиться в сторону Земли с края солнечного диска, лучам, родившимся на той же глубине, пришлось бы преодолеть гораздо большую толщину атмосферы — этому препятствует поглощение света вышележащими более холодными слоями газа.

4. Поиски планет. (8 баллов). Если жители планеты у звезды α Центавра систематически измеряют положение Солнца с точностью 0,01", то смогут ли они заметить колебания в движении Солнца, вызванные обращением вокруг него планет Солнечной системы? Параллакс α сел составляет p = 0,751".

Решение:

Практически вся масса нашей планетной системы заключена в Юпитере, поэтому в подобных задачах можно рассматривать двойную систему Солнце-





11 класс, 2019/2020 учебный год Длительность 3 часа. Максимум 48 баллов.

Юпитер, обращающуюся вокруг общего центра масс. (2 балла). Расстояние Солнца от центра масс $r_{\rm c} = r_{\rm io} M_{\rm io}/M_{\rm c}$, где $r_{\rm io}$ — расстояние Юпитера от центра масс, практически совпадающее с радиусом его орбиты (5,2 а.е.). (2 балла). Тогда амплитуда углового перемещения Солнца при наблюдении с α Центавра при расстоянии до нее D будет $\varphi = 206265"r_{\rm c}/D = pr_{\rm c}$ (а. е.) $= p r_{\rm io} M_{\rm io}/M_{\rm c}$. (2 балла). Положив $M_{\rm c}/M_{\rm io} \approx 1000$, получим $\varphi = 0,751 \cdot 5,2/1000 = 0,004"$. (2 балла). Значит, астрономы из α Центавра не узнают, что у Солнца есть планеты.

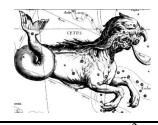
5. **Новые законы Кеплера**. **(8 баллов).** Сформулируйте законы Кеплера для центральной силы, если ее значение изменяется пропорционально расстоянию: $F \sim R$.

Решение:

- 1. Планеты движутся по эллипсам, в центрах которых Солнце. (2 балла).
- 2. За равные времена радиус-вектор заметает равные площади. (2 балла).
- 3. Период не зависит от размера орбиты. (4 балла).
- 6. **Судьба планеты.** (8 баллов). Планета движется по круговой орбите вокруг звезды. Каким станет эксцентриситет орбиты, если масса звезды мгновенно изменится в *n* раз?

Решение:

Очевидно, если $n \neq 0$, то орбита планеты уже не будет круговой. Чтобы определить расстояние в перигелии (R_p) или афелии (R_a) , запишем уравнение сохранения момента: $R_pV_p = R_aV_a$ (2 балла) и уравнение сохранения энергии: $\frac{1}{2}(V_p^2 - V_a^2) = nGM_0(1/R_p - 1/R_a)$ (2 балла), где V_p и V_a — скорости в соответствующих точках. Учтем, что $V_a^2 = GM_0R_a$. Решив эту систему уравнений, найдем, что $R_a/R_p = 2n-1$ и эксцентриситет $e = (R_a - R_p)/(R_a + R_p) = (n-1)/n$. (2 балла).





11 класс, 2019/2020 учебный год Длительность 3 часа. Максимум 48 баллов.

Таким образом, $e^2 = (1 - M_0/M)^2$, или $e = |1 - M_0/M|$, где M_0 и M— начальная и конечная масса звезды. (2 балла). Эти формулы верны только при быстром изменении массы звезды, происходящем за время, много меньшее орбитального периода планеты. Практически так может произойти только взрыв звезды с соответствующей потерей массы ($M_0/M > 1$). Если при этом масса звезды уменьшится более чем вдвое, то орбита планеты станет незамкнутой (e > 1), т. е. планета навсегда покинет звезду.