Олимпиада по астрономии. Муниципальный этап
10 класс

Задание 1. (§8.2. Шкала звездных величин)

Звезда Альфа Гончих Псов, называемая также Сердцем Карла в память о казнённом короле Англии, является одной из красивейших двойных звёзд. Её главная компонента (переменная бело-голубая звезда главной последовательности) имеет среднюю видимую звёздную величину $+2.89^m$, а второй компонент системы (жёлтый карлик главной последовательности) $+5.61^m$. Вычислить визуальный блеск двойной звезды.

x	0,005	0,01	0,015	0,02	0,025	0,03	0,035	0,04	0,045	0,05
lg(x)	-2,301	-2	-1,824	-1,699	-1,602	-1,523	-1,456	-1,398	-1,3467	-1,301
x	0,055	0,06	0,065	0,07	0,075	0,08	0,085	0,09	0,095	0,1
lg(x)	-1,26	-1,222	-1,187	-1,155	-1,125	-1,097	-1,071	-1,046	-1,022	-1

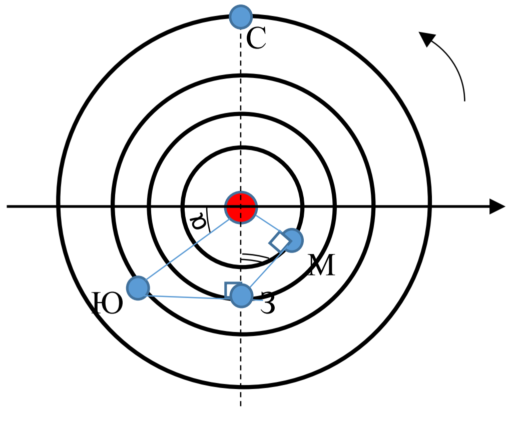
Решение

1) (3 балла – указаны требуемые для решения задачи формулы).
   Блеск кратной звезды равен сумме блеска своих компонентов. $E=E_1+E_2$.
   С другой стороны $\lg E=-0.4m$ или $E=10^{-0.4m}$.
2) (3 балла – выведена конечная формула)
   Комбинируем формулы и получаем, что $m=-2.5\lg(E_1+E_2)$.
   $m=-2.5\lg(10^{-0.4m1}+ 10^{-0.4m2})$
3) (2 балла – верно найден численный ответ)
   $m=-2.5\lg(10^{-0.4\cdot 2.89}+10^{-0.4\cdot 5.61})=-2.5\lg(0.0755) \approx 2.81^m$.

Задание 2. (§5.1. Кинематика планет в Солнечной системе (приближение круговых орбит)

Для описания взаимного положения планет Солнечной системы часто используют понятие гелиоцентрической долготы. Гелиоцентрическая долгота – это угол в плоскости эклиптики, образованный лучом Солнце – точка весеннего равноденствия и лучом Солнце – планета. Сделайте рисунок и определите значения долгот Юпитера, Земли, Сатурна и Меркурия 21 июня, если в этот день Сатурн находился в соединении, Юпитер – в восточной квадратуре, Меркурий – в наибольшей западной элонгации (28°).

Решение



1) (2 балла: верное положение на рисунке + значение долготы Земли).

Гелиоцентрическая долгота Земли 21 июня равна 270°, а Солнце находится в точке летнего солнцестояния (Прим. А 21 марта Солнце с Земли видно в точке весеннего равноденствия, 21 марта долгота 180).

2) (2 балла: верное положение на рисунке + значение долготы Сатурна)

Так как Сатурн находится в соединении, то Солнце находится между Сатурном и Землёй, то есть долгота Сатурна равна 90°.

3) (2 балла: верное положение на рисунке + значение долготы Юпитера)

Юпитер находится к востоку от Солнца и угол равен 180+α. Зная радиусы орбит Юпитера и Земли, из прямоугольного треугольника найдём, что $\sin \alpha = R_З/R_Ю$ = 1 а.е./5,2 а.е. = 0,192. Переведя в градусы, получим, что $\alpha \approx 11°$ (можно воспользоваться малостью угла, то есть тем, что $\sin \alpha \approx \alpha$). Тогда долгота Юпитера 191°.

4) (2 балла – верное положение на рисунке + значение долготы Меркурия)

Меркурий находится в западной элонгации, проводим касательную к его орбите вправо от Солнца. Долгота равна 270+(90–28)=332°.

Задание 3. (§6.1. Закон всемирного тяготения, движение по круговой орбите)

Самым быстрым миллисекундным подтверждённым пульсаром, то есть пульсаром с периодом вращения в диапазоне от 1 до 10 миллисекунд, является объект PSR J1748−2446ad, принадлежащий шаровому скоплению Terzan 5, находящемуся примерно в 18 000 световых годах от Земли в созвездии Стрельца. Пульсар является частью двойной звёздной системы и имеет частоту вращения 716 Гц. Оцените минимально возможную плотность пульсара.

Решение

1) (4 балла – применены основные формулы)

– из второго закона Ньютона и закона всемирного тяготения $am = GmM/R^2$;

– центростремительное ускорение $a=\upsilon^2/R$. То есть $\upsilon^2 = GM/R$;

– переходя к угловой скорости вращения имеет $w^2=GM/R^3$.

– с другой стороны, плотность шара $\rho=3M/4\pi R^3$, тогда максимально возможная угловая скорость вращения $w^2=4\pi G\rho/3$ (при большей скорости звездный шар разорвётся). Минимальный период вращения $P=2\pi/w$.

2) (2 балла – выведена конечная формула)

Переходя от периода к частоте $v=1/P$, получаем предельное значение плотности $\rho=3\pi v^2/G$.

3) (2 балла – получен численный ответ)

$\rho=3\cdot 3{,}14\cdot 716\cdot 716/(6{,}67\cdot 1011) \approx 7{,}24\cdot 10^{16}$ кг/м^3.

Задание 4. (§7.1. Схемы и принципы работы телескопов)

Чему равно угловое разрешение глаза? Оцените минимальное расстояние от Земли, начиная с которого человеческий глаз будет воспринимать Землю как точечный объект, то есть не будет виден диск?

Решение

1) (2 балла – указана угловое разрешение глаза)

Разрешение глаза оценивается величиной примерно равной 1′ – это значение равно $\alpha=1' \approx \pi/(180\cdot60)=0{,}00029$ радиана.

2) (2 балла – объяснён принцип расчёта)

Для ответа на вопрос задачи необходимо найти расстояние, на котором угловой размер Земли меньше или равен углового размера глаза

3) (4 балла – указана формула времени затмения)

Рассмотрим прямоугольный треугольник, катеты которого равны радиусу Земли и требуемому минимальному расстоянию. Тогда радиус Земли будет соответствовать угловому радиусу $\alpha/2$.

$\mathrm{tg}\alpha/2=R_З/R$, тогда $R= 2R_З /\alpha=2\cdot6378/0{,}00029 \approx 44$ млн км $\approx 0{,}29$ а.е.

Задание 5. (§4.1. Угловые измерения на небе)

Расстояние до самой большой галактики в Местной группе M31 (галактика Андромеда) равно 772 кпк, а её видимый радиус составляет около 80 000 св. лет. Оцените максимальный угловой диаметр галактики Андромеда.

Решение

1) (3 балла – объяснён принцип поиска углового размера)

Галактика Андромеды видна с Земли под углом, однако даже не зная угол её наклона, мы можем рассчитать максимальный угловой диаметр из значения радиуса. Проведём от точки, в которой находится Солнечная система, перпендикуляр в центр галактики и рассмотрим прямоугольный треугольник с катетами 80000 и $3{,}26\cdot772000= 2520000$ св. лет.

2) (3 балла – найден угол в радианах)

$\mathrm{tg}\ \alpha\approx80000/2520000 \approx0{,}0317$. Из малости угла следует, что $\alpha\approx0{,}0317$. Тогда угловой размер галактики оценивается величиной $2\alpha=0{,}063$.

3) (2 балла – получен ответ)

Переводим в радианы: $0{,}063\cdot180/\pi\approx3{,}6°$.

Задание 6. (§5.3. Движение Луны и спутников планет (приближение круговых орбит)

15 ноября 2016 года можно было наблюдать покрытие Луной звезды Альдебаран (αТельца) в экваториальной части Африки. Оцените максимальное время покрытия звезды.

Решение

1) (2 балла – указана формула времени затмения)

Так как звезда расположена на очень большом расстоянии от Солнечной системы, то тень Луны можно считать равной её диаметру – 3476 км. Тогда затмение звезды Луной будет продолжаться время $t=3476/v$, где v (км/с) – скорость движения тени Луны.

2) (2 балла – найден угол в радианах; если используется синодический период, то за этап выставляется 1 балл, дальнейшее решение рассматривается с учётом значения сидерического периода)

Так как мы рассматриваем изменение положения Луны относительно звёзд, а не период обращения Луны вокруг Земли, то нас интересует синодический период обращения Луны, т.е. скорость Луны $v_M=2\pi R/T=2414032/(29{,}53\cdot 24\cdot 3600)$ $\approx 0{,}95$ км/с.

3) (2 балла – учтена скорость обращения Земли)

На скорость движения тени влияет скорость вращения Земли $v_E=2\pi R_E/T_E=39921/(23\cdot 3600+56\cdot 60+4)\approx 0{,}46$ км/с. Это значение замедляет движение тени, обусловленное обращением Луны.

4) (2 балла – получен ответ)

$t=3476/(v_M - v_E)=7093$с ≈ 2 ч.