

Олимпиада по астрономии. Муниципальный этап  
11 класс

**Задание 1. (§10.1. Законы Кеплера, движение по эллипсу)**

Барон Мюнхгаузен как-то раз поведал удивительную историю: «После двух моих путешествий на Луну мне захотелось посетить какой-нибудь астероид. Для того, чтобы забраться на астероид, я посадил самое большое семечко турецкого боба, который начал быстро расти. И тут я вспомнил, что у меня аллергия на астероидную пыль и я из-за неё чихаю. Чтобы мой чих не сдул меня в космос, я рассчитал минимальную массу подходящего астероида. Как раз рядом пролетал астероид радиусом 10 м. Я направил на него бобовый стручок, взобрался как по канату и выпил по чашечке кофе с астероидянами». Чему равна масса астероида барона Мюнхгаузена, если астероид является однородным сферическим объектом массой 4200 кг, барон весит 60 кг, а при чихании его лёгкие покидает 5 г воздуха со скоростью 170 км/ч?

**Решение**

1) (3 балла – формула второй космической скорости)

Для того, чтобы при чихании барон Мюнхгаузен улетел с астероида он должен приобрести скорость, большую или равную второй космической скорости. Для астероида из условий задачи эта скорость равна  $v^2 = 2GM/R$  (формулу можно получить из закона сохранения энергии), тогда масса  $M = Rv^2/2G$ .

2) (3 балла – закон сохранения энергии)

В результате чихания барон Мюнхгаузен приобретает скорость (из закона сохранения Импульса)  $v = v_{\text{чих}} m_{\text{чих}} / m_{\text{бар}}$ , то есть скорость равна  $170000 \cdot 0,005 / (3600 \cdot 60) = 0,004$  м/с.

3) (2 балла – оценка массы)

Найдём минимальную массу астероида:  $M = 10 \cdot 0,004^2 / (2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}) \approx 1200000$  кг.

**Задание 2. (§10.2. Небесная механика в Солнечной системе)**

Всего за несколько часов 23–24 октября 2007 года видимая звёздная величина кометы Холмса, находившейся в это время в созвездии Персея, выросла с 17 до 2.5m. После этого угловой диаметр комы вырос с 0,5 до 13'. Во сколько раз увеличился диаметр комы, если диаметр ядра изначально составлял 3,4 км? В момент наибольшей яркости расстояние до кометы было равно 2 а.е. Какие объекты Солнечной системы в этот момент превышали его по размеру и какие по яркости?

**Решение**

1) (3 балла – перечислены более яркие объекты, по 1 баллу за каждые два объекта, 3 балла за все объекты)

Солнце, Луна, Венера, Юпитер, Марс, Меркурий, Сатурн.

2) (3 балла – оценка диаметра)

Расстояние до кометы вычисляем из малости угловых размеров

$\text{tg } \alpha \approx R / (2 \cdot 150000000)$ ,  $R \approx 300000000 \cdot 13 \cdot 3,14 / (180 \cdot 60) \approx 1,1$  млн км. Диаметр комы превышает диаметр ядра в 360000 раз!

3) (2 балла – сравнение размеров)

Только Солнце.

### Задание 3. (§8.2. Шкала звездных величин)

Дельта Цефея, называемая также Альредиф, то есть «следующая» (араб.), дала название классу переменных звезд – цефеид, однако она представляет собой также и оптическую двойную систему. Средняя видимая звездная величина цефеиды 4.07m, а звездная величина звезды-компаньона равна 7.5m (она находится на расстоянии 41" от главной звезды). Вычислить визуальный блеск двойной звезды.

#### Решение

1) (3 балла – указаны требуемые для решения задачи формулы).

Блеск кратной звезды равен сумме блеска своих компонентов.  $E = E_1 + E_2$ .

С другой стороны  $\lg E = -0.4m$  или  $E = 10^{-0.4m}$ .

2) (3 балла – выведена конечная формула)

Комбинируем формулы и получаем, что  $m = -2.5 \lg(E_1 + E_2)$ .

$$m = -2.5 \lg(10^{-0.4m_1} + 10^{-0.4m_2})$$

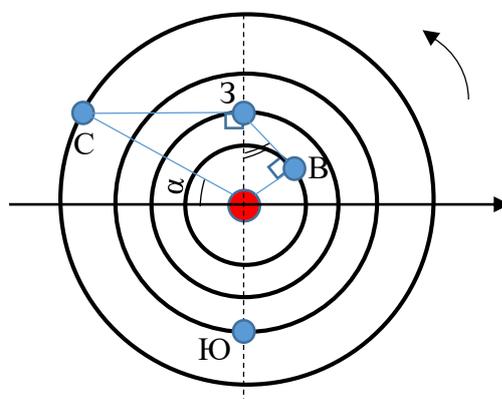
3) (2 балла – верно найден численный ответ)

$$m = -2.5 \lg(10^{-0.4 \cdot 4.07} + 10^{-0.4 \cdot 7.5}) = -2.5 \lg(0.0246) \approx 4.02^m.$$

### Задание 4. (§5.1. Кинематика планет в Солнечной системе (приближение круговых орбит))

Для описания взаимного положения планет Солнечной системы часто используют понятие гелиоцентрической долготы. Гелиоцентрическая долгота – это угол в плоскости эклиптики, образованный лучом Солнце – точка весеннего равноденствия и лучом Солнце – планета. Сделайте рисунок и определите значения долгот Юпитера, Земли, Сатурна и Венеры 21 декабря, если в этот день Сатурн находился в западной квадратуре, Юпитер – в соединении, Венера – в наибольшей восточной элонгации ( $48^\circ$ ).

#### Решение



1) (2 балла: верное положение на рисунке + значение долготы Земли).

Гелиоцентрическая долгота Земли 21 декабря равна  $90^\circ$ , а Солнце находится в точке зимнего солнцестояния. (Примечание. А 21 марта Солнце с Земли видно в точке весеннего равноденствия, 21 марта долгота равна  $180^\circ$ .)

2) (2 балла: верное положение на рисунке + значение долготы Сатурна)

Так как Сатурн находится в западной квадратуре, то он находится к западу от Солнца, его долгота равна  $(180-\alpha)^\circ$ . Зная радиусы орбит Сатурна и Земли, из прямоугольного треугольника найдём, что  $\sin \alpha = R_3/R_{10} = 1 \text{ a.e.}/9.5 \text{ a.e.} = 0.105$  и  $\alpha \approx 6^\circ$  (можно воспользоваться малостью угла, то есть тем, что  $\sin \alpha \approx \alpha$ ). Тогда долгота Сатурна равна  $174^\circ$ .

3) (2 балла: верное положение на рисунке + значение долготы Юпитера)

Юпитер в соединении с Солнцем, то есть Солнце находится между Юпитером и Землёй, то есть долгота Юпитера равна  $270^\circ$ .

4) (2 балла: верное положение на рисунке + значение долготы Венеры)

Венера находится в восточной элонгации, проводим касательную к её орбите влево от Солнца. Долгота равна  $90-(90-48)=48^\circ$ .

### **Задание 5. (§6.1. Закон всемирного тяготения, движение по круговой орбите)**

Самым быстрым миллисекундным подтверждённым пульсаром, то есть пульсаром с периодом вращения в диапазоне от 1 до 10 миллисекунд, является объект PSR J1748–2446ad, принадлежащий шаровому скоплению Terzan 5, находящемуся примерно в 18 000 световых годах от Земли в созвездии Стрельца. Пульсар является частью двойной звёздной системы и имеет частоту вращения 716 Гц. Оцените минимально возможную плотность пульсара.

#### **Решение**

1) (4 балла – применены основные формулы)

– из второго закона Ньютона и закона всемирного тяготения  $am = GmM/R^2$ ;  
– центростремительное ускорение  $a=v^2/R$ . То есть  $v^2 = GM/R$ ;  
– переходя к угловой скорости вращения имеет  $\omega^2 = GM/R^3$ .  
– с другой стороны, плотность шара  $\rho = 3M/4\pi R^3$ , тогда максимально возможная угловая скорость вращения  $\omega^2 = 4\pi G\rho/3$  (при большей скорости звездный шар разорвётся). Минимальный период вращения  $P = 2\pi/\omega$ .

2) (2 балла – выведена конечная формула)

Переходя от периода к частоте  $\nu = 1/P$ , получаем предельное значение плотности  $\rho = 3 \pi \nu^2/G$ .

3) (2 балла – получен численный ответ)

$$\rho = 3 \cdot 3,14 \cdot 716 \cdot 716 / (6,67 \cdot 10^{11}) \approx 7,24 \cdot 10^{16} \text{ кг/м}^3.$$

### **Задание 6. (§7.1. Схемы и принципы работы телескопов)**

Чему равно угловое разрешение глаза? Объекты какого линейного размера можно увидеть на Марсе с помощью телескопа со 100-кратным увеличением при благоприятных атмосферных условиях, если Марс находится в ближайшей к Земле точке своей орбиты ( $\approx 56,5$  млн км)?

#### **Решение**

1) (2 балла – указана угловое разрешение глаза)

Разрешение глаза оценивается величиной примерно равной  $1'$  – это значение равно  $\alpha = 1' \approx \pi/(180 \cdot 60) = 0,00029$  радиана.

2) (2 балла – угловой размер объект)

Телескоп имеет 100 кратное увеличение, поэтому предельный угловой размер объекта на Марсе, который будет различим равен  $1'/100 = 0,01' \approx 0,000029$  радиана

3) (4 балла – линейный размер)

Рассмотрим прямоугольный треугольник, катеты которого равны линейному радиусу объекта на Марсе и наименьшему расстоянию между Марсом и Землёй. Тогда линейный радиус будет соответствовать угловому радиусу  $\alpha/2$ ; имеем, что  $\text{tg } \alpha/2 = R_o/R$ . Линейный размер  $2R_o = R \alpha = 56500000 \cdot 0,000029 \approx 160$  км.