

11 класс

Максимальное количество баллов за олимпиаду в 10 классе 45

1. Условие. В течение года склонение Солнца меняется от $+23.5^{\circ}$ до -23.5° . Определите, в пределах каких широт Солнце хотя бы раз в году бывает в зените. Где оно может вообще не восходить?

1. Решение. В момент верхней кульминации $h_{\odot} = 90^{\circ} - \varphi + \delta$. Условие прохождения через зенит $h_{\odot} = 90^{\circ}$, где h_{\odot} - высота объекта в верхней кульминации. Отсюда следует, что в зените должно выполняться равенство $\varphi = \delta$, так что Солнце бывает в зените в пределах широт $-23.5^{\circ} \leq \varphi \leq +23.5^{\circ}$ - зона тропиков. Условие того, что светило не взойдет $h_{\odot} < 0$. Поэтому в день зимнего солнцестояния, когда $\delta = -23.5^{\circ}$, на широтах $\varphi \geq -66.5^{\circ}$ за полярным кругом Солнце не восходит и наступает полярная ночь.

1. Система оценивания. Максимальное количество баллов за решение данной задачи - 8. Указание формулы, связывающей высоту светила в верхней кульминации, широту места наблюдения и склонение оценивается в 3 балла. Условие прохождения через зенит оценивается в 1 балл. Установление широт, на которых возможно наблюдение Солнца в зените, оценивается в 1 балл. Условие того, что светило не взойдет, и определение широт, на которых это возможно, оценивается в 3 балла.

2. Условие. Видимый с Земли угловой радиус Солнца, измеренный в начале января, максимален и равен $\alpha = 16'17''$, а в начале июля минимален и равен $\beta = 15'45''$. Вычислите эксцентриситет земной орбиты, перигелийное и афелийное расстояния от Земли до Солнца. На сколько километров мы ближе к Солнцу зимой, чем летом?

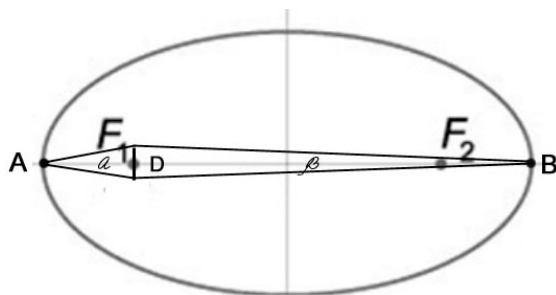


Рисунок 1. Взаимное расположение Солнца и Земли. Угловой диаметр Солнца обозначен D .
 В точке А Земля находится в перигелии, в точке В Земля находится в афелии.

2. Решение. Эксцентриситетом называют отношение половины расстояния между фокусами эллипса F_1F_2 к его большой оси: $e = F_1F_2/2a$, a – большая полуось орбиты.

Пусть R линейный радиус Солнца, тогда

$$AB = AF_1 + BF_1 = \frac{R}{\operatorname{tg}\alpha} + \frac{R}{\operatorname{tg}\beta}$$

$$F_1F_2 = AB - 2AF_1 = \frac{R}{\operatorname{tg}\beta} - \frac{R}{\operatorname{tg}\alpha}$$

$$e = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta} = 0.016$$

$$\text{Афелийное расстояние } Q = a(1+e) = \frac{R \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta} = 1.016 \text{ a.e.}$$

Перигелийное расстояние

$$q = a(1-e) = \frac{R \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta} = 0.983 \text{ a.e.}$$

$$Q - q \approx 5 \text{ млн км}$$

Таким образом, зимой мы ближе к Солнцу на 5 млн км.

2. Система оценивания. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – 8. Нахождение эксцентриситета орбиты Земли оценивается в 4 балла. Если школьник использует значение эксцентриситета Земли из справочных материалов, то ему может быть выставлено 2 балла за этот этап. Определение афелийного и перигелийного расстояния оценивается в 3 балла. Определение, насколько мы ближе к Солнцу зимой, чем летом, оценивается в 1 балл.

3. Условие. Можно ли из Солнца сделать черную дыру? из Земли?

3. Решение. Для черной дыры вторая космическая скорость (скорость убегания) должна быть больше скорости света, тогда никакое излучение не сможет покинуть ее.

Вторая космическая скорость V_2 вычисляется по формуле $V_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$. Если V_2 равна

скорости света c , то радиус черной дыры вычисляется по формуле: $R = \sqrt{\frac{2GM}{c^2}}$, где G -

гравитационная постоянная, M - масса тела. Таким образом, если Солнце сжать до размера 3 км, а Землю превратить в шарик размером 1 см, то эти объекты станут черными дырами.

3. Система оценивания. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – 8. Указание, что для черной дыры вторая космическая скорость должна быть больше скорости света оценивается в 2 балла. Формула для вычисления второй космической скорости оценивается в 3 балла. Формула для радиуса черной дыры, полученная на основе предыдущей, оценивается в 1 балл. Определение, до какого размера нужно сжать Солнце и Землю, оценивается еще по 1 баллу.

4. Условие. От Солнца на Землю поступает поток энергии $F = 1360 \text{ вт/м}^2$, вырабатываемой в процессе термоядерных реакций синтеза химических элементов. Определить, какую массу при этом теряет Солнце каждую секунду.

4. Решение. Полная светимость Солнца $L = S \cdot F$, где S - площадь сферы радиусом, равным расстоянию от Земли до Солнца r . $L = 4\pi r^2 F = 4 \cdot 10^{26} \text{ вт} = 4 \cdot 10^{26} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^3$. Используя, что энергия, каждую секунду теряемая звездой $E = L = \Delta M \cdot c^2$, получим $\Delta M = 4 \cdot 10^{15} \text{ кг}$ - масса, которую Солнце теряет каждую секунду.

4. Система оценивания. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – 8. Указание, что энергия, теряемая объектом каждую секунду, есть светимость этого объекта, оценивается в 1 балл. Расчет полной светимости Солнца оценивается в 3 балла. Определение энергии по формуле Эйнштейна оценивается в 2 балла. Оценка массы оценивается в 2 балла.

5. Условие. Как выглядит Солнце (видимая звездная величина на Земле $m_{z_c} = -26.74^m$) с ближайшей к нам землеподобной планеты, вращающейся вокруг Проксимы Центавра, параллакс которой равен $0.751''$?

5. Решение. По условию задачи, угол, под которым с Проксимы Центавра был бы виден радиус земной орбиты, равен $\pi'' = 0.751''$.

Расстояние до звезды в парсеках определяется через величину годичного параллакса

по формуле $R_{\text{пц}_c} = \frac{1}{\pi}$. Отсюда $R_{\text{пц}_c} = \frac{1}{0.751} = 1.33 \text{ пк}$.

$$m_{z_c} - m_{\text{пц}_c} = -2.5 \lg \left(\frac{E_{z_c}}{E_{\text{пц}_c}} \right) = -2.5 \lg \frac{R_{\text{пц}_c}^2}{R_{z_c}^2},$$

отсюда $m_{\text{пц}_c} = +0.4$.

5. Система оценивания. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – 8. Использование определения параллакса оценивается в 1 балл. Определение расстояния до Проксимы Центавра оценивается в 2 балла.

Применение формулы Погсона оценивается в 3 балла.

Оценка видимой звездной величины Солнца оценивается в 2 балла.

6. Условие. Каким увеличением должен обладать телескоп, чтобы с его помощью можно было разглядеть на Луне луноход диаметром 1 м? Человеческий глаз способен увидеть предметы, имеющие угловой размер более 1 минуты дуги.

6. Решение. Угол, под которым невооруженным взглядом виден на Луне предмет размером 1 метр, $\text{tg } \alpha = \alpha = 1/R_{z_{\text{л}}} = 1/384\,400\,000 = 2,6 * 10^{-9}$ (рад) = $0,15 * 10^{-6}$ (угл. мин), где $R_{z_{\text{л}}}$ - расстояние от Земли до Луны. Необходимо увеличение более 6.5 миллионов раз, чтобы увидеть метровый предмет.

6. Система оценивания. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – 5. Определение угла оценивается в 4 балла, формулировка ответа оценивается в 1 балл.