Решения заданий муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по астрономии 2019-2020 учебный год.

11 класс

1. <u>Альтаир в зените</u>

Звезда Альтаир (α Орла) имеет экваториальные координаты $\alpha=19^h52^m$; $\delta= +09°$ и в некотором месте земной поверхности кульминирует в зените в момент времени, когда звездное время в Гринвиче равно $s_0= 10^h30^m$. Определите географические координаты этого пункта? Чему равна полуденная высота Солнца на данной широте в день летнего солнцестояния?

<u>Решение:</u> Как известно, светило кульминирует в зените (т.е. на высоте 90°) на географической параллели, широта которой численно равна склонению этого светила (т.е. в случае $\varphi=\delta$). Таким образом, географическая широта данного пункта равна 9° северной широты.

Звездное время, как известно, равно прямому восхождению светила плюс его текущий часовой угол:

$$s = \alpha + t$$

Т.к. звезда находится в верхней кульминации, то ее часовой угол равен нулю ($t= 0^h$), а звездное время на интересующем нас меридиане в данный момент равно просто прямому восхождению звезды, т.е. $s=19^h52^m$.

Как известно, разность местного времени (звездного, среднего солнечного и т.д.) двух меридианов равна разности их географических долгот:

$$T_{m2} - T_{m1} = \lambda_2 - \lambda_1$$

Тогда в нашем случае можно записать:

$$s - s_0 = \lambda - \lambda_0$$

Учитывая, что широта гринвичского меридиана равна нулю ($\lambda_0= 0°$), можно легко найти долготу интересующего нас пункта, выраженную в градусах:

$$\lambda = \frac{s - s_0}{24^h} \cdot 360° = \frac{19^h52^m - 10^h30^m}{24^h} \cdot 360° = 140,5°$$

Географическая долгота нашего пункта составляет, таким образом, 140,5° восточной долготы.

В день летнего солнцестояния склонение Солнца составляет $\delta=+23,5°$. Т.к. $\delta>\varphi$, то Солнце на интересующей нас географической параллели будет кульминировать к северу от зенита на высоте:

$$h_N = 90° + \varphi - \delta = 90° + 9° - 23,5° = 75,5°$$

2.<u>Затмение Солнца издалека</u>

Далекая инопланетная цивилизация пытается найти крупные планеты-гиганты в нашей Солнечной системе. При этом они пользуются методом транзитов, когда фиксируются крайне незначительные ослабления блеска родительской звезды в моменты, когда на фоне ее диска происходят прохождения планет, обращающихся вокруг этой звезды. Допустим, что звезда, вблизи которой живет далекая цивилизация, удачно расположена вблизи плоскости орбиты нашего Юпитера, и, соответственно, с их стороны теоретически можно наблюдать прохождения этой планеты по диску Солнца. Смогут ли они обнаружить Юпитер, если фотометрическая техника этих инопланетян может фиксировать изменения блеска далекого Солнца с точностью до $0{,}03^m$.Одновременные затмения Солнца Юпитера вместе с другими планетами не учитывать. Потемнением солнечного диска к краю пренебречь. Принять, что Солнце по своим размерам превышает Землю в 109 раз, а Юпитер больше Земли по размеру в 11 раз.

Решение: В момент, когда Солнце не затмевается никакими планетами, его блеск пропорционален площади солнечного диска (квадрату радиуса Солнца):

$$E_0 \sim R^2$$

В момент прохождения Юпитера по диску Солнца блеск нашей звезды для далеких наблюдателей пропорционален разности квадратов радиусов Солнца и Юпитера:

$$E \sim R^2 - r^2$$

Изменение блеска Солнца в этот момент по отношению к его блеску вне затмения, выраженное в звездных величинах, соответственно, равно:

$$\frac{\Delta E}{E_0} = \frac{E_0 - E}{E_0} = 1 - \frac{E}{E_0} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 = 1 - 2{,}512^{(m_0 - m)}$$

где m_0 – видимый блеск Солнца вне затмения, m – блеск Солнца в момент затмения его Юпитером.

Выражая из последнего равенства изменение блеска $m_0 – m = \Delta m$, получим:

$$m_0 - m = \Delta m = 2{,}5\lg\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] = 2{,}5\lg\left[1 - \left(\frac{11}{109}\right)^2\right] = -0{,}01^m$$

Таким образом, при прохождении Юпитера по диску Солнца блеск последнего изменится всего на одну сотую звездной величины, чего еще недостаточно, чтобы подобный транзит могла зафиксировать далекая цивилизация с их уровнем развития фотометрической техники.

3.Блеск Луны в различных фазах

Звездная величина Луны в полнолуние составляет $–12{,}7^m$, а в фазе первой или последней четверти она составляет около $–10{,}1^m$. Меняется ли при этом блеск Луны линейно в зависимости от площади освещенной части ее видимого диска и почему?

Решение Посчитаем во сколько раз блеск Луны в полнолунии больше ее блеска в фазе первой или последней четверти:

$$\frac{I_{полнолуние}}{I_{четверть}} = 2{,}512^{-10{,}1-(-12{,}7)} = 2{,}512^{2{,}6} \approx 11\,р$$

Как видим, несмотря на то, что видимые площади освещенного лунного диска в полнолунии и первой или последней четверти различаются всего в два раза, блеск Луны в этих фазах при этом различается примерно в 11 раз!!!

Данное явление объясняется тем, что поверхностная яркость лунного диска в фазе полнолуния больше, чем во всех других ее фазах, и, в частности, в фазах первой или последней четверти. В период полнолуния солнечные лучи падают на лунную поверхность практически отвесно, там почти нет теней, а Солнцем освещаются даже достаточно глубокие кратеры и впадины. Чем ближе к фазе новолуния, тем солнечные лучи более полого падают на поверхность Луны, а различные образования лунного рельефа начинают отбрасывать длинные тени, затеняя собой соседние участки лунной поверхности, в результате чего поверхностная яркость диска Луны заметно снижается.

4.Проксима b

В 2016г. на Европейской южной обсерватории у ближайшей к Солнцу звезды Проксимы Кентавра, расположенной в 1,3 пк от Солнечной системы и имеющей массу 0,12 массы Солнца, была обнаружена экзопланета, получившая название Проксима b. По существующим оценкам Проксима b имеет массу 1,3 массы Земли и обращается вокруг своей родительской на расстоянии в 0,05 а.е. Определите период обращения этой экзопланеты.

Решение Период обращения планеты можно найти из третьего уточненного закона Кеплера: $\frac{T^2(M_1 + M_2)}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G}$ Данное соотношение можно записать для систем «Солнце-Земля» и «Проксима Кентавра – Проксима b», не учитывая масс Земли и Проксимы b, т.к. они намного меньше масс своих родительских звезд.

$$\frac{T^2_{Земли} \cdot M_{Солнца}}{a^3_{Земли}} = \frac{T_b^{\ 2} \cdot M_{\mathrm{Proxima}}}{a_b^{\ 3}}$$

Если периоды обращения выражать в годах, массы звезд в массах Солнца, а большие полуоси в астрономических единицах, то период обращения Проксимы b выразится тогда следующим образом:

$$T_b = \sqrt{\frac{a_b^{\ 3}}{M_{\mathrm{Proxima}}}} = \sqrt{\frac{0{,}05^3}{0{,}12}} = 0{,}0323\,\text{года} \approx 12\,\text{суток}$$

5. Старый и новый телескопы

На обсерватории установлены два телескопа-рефлектора. Один новый с диаметром главного зеркала 1 метр, и второй старый с главным зеркалом, имеющим диаметр 1,5 метра. Главное зеркало нового метрового телескопа имеет свежий алюминиевый слой с коэффициентом отражения 92%. Алюминиевое же покрытие полутораметрового главного зеркала старого телескопа, напротив, уже заметно деградировало и потускнело, отражая всего 65% света. Какой из этих телескопов более эффективен в плане светособирания и на сколько звездных величин он дает выигрыш (при всех прочих равных условиях) по сравнению с другим телескопом?

Решение Количество света, собираемого телескопом, пропорционально коэффициенту отражения его главного зеркала и площади (или квадрату диаметра) этого зеркала:

$$E \sim kD^2$$

Сравним теперь количество света, собираемого вторым и первым телескопами:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{k_2}{k_1} \cdot \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 = \frac{0{,}65}{0{,}92} \cdot \left(\frac{1{,}5}{1}\right)^2 \approx 1{,}6\,раза$$

Как видим, несмотря на то, что зеркало старого телескопа более тусклое, за счет его большей площади оно собирает примерно в 1,6 раза больше света, чем новый телескоп.

Рассчитаем теперь в звездных величинах выигрыш старого телескопа по сравнению с более новым:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{k_2}{k_1} \cdot \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2 = 2{,}512^{\Delta m}$$

Прологарифмируем обе части данного соотношения, чтобы выразить Δm:

$$\Delta m = 2{,}5 \lg \left[\frac{k_2}{k_1} \cdot \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2 \right] = 0{,}5^m$$

Таким образом, при всех прочих равных условиях более старый телескоп даст выигрыш в половину звездной величины.

6.Теорема вириала

Согласно т.н. теореме вириала в устойчивой замкнутой системе удвоенная кинетическая энергия частиц равна модулю их потенциальной энергии. Докажите данное утверждение для случая двойной звезды, компоненты которой имеют массы m_1 и m_2 и движутся вокруг общего центра масс по круговым орбитам.

Решение Потенциальная энергия такой системы звезд равна:

$$E_{ї} = -\frac{Gm_1m_2}{d}$$

где m_1 и m_2 – массы компонентов системы; d – расстояние между звездами; G – гравитационная постоянная.

Расстояние между звездами d равно сумме радиусов их орбит:

$$d = r_1 + r_2$$

Центростремительная сила, действующая на первую звезду, равна:

$$F_{ц1} = \frac{m_1 v_1^{\,2}}{r_1}$$

Эта сила уравновешивается гравитационной силой, действующей на данную звезду:

$$F_{гр1} = \frac{Gm_1m_2}{d^2}$$

Откуда квадрат скорости первой звезды равен:

$$v_1^{\,2} = \frac{Gm_2r_1}{d^2}$$

Аналогично квадрат скорости второй звезды составляет:

$$v_2^{\,2} = \frac{Gm_1r_2}{d^2}$$

Кинетические энергии компонентов системы равны:

$$E_{к1} = \frac{m_1 v_1^{\,2}}{2} = \frac{Gm_1m_2r_1}{2d^2}$$

$$E_{к2} = \frac{m_2 v_2^{\,2}}{2} = \frac{Gm_1m_2r_2}{2d^2}$$

Общая кинетическая энергия системы равна сумме кинетических энергий входящих в эту систему звезд:

$$\sum E_к = E_{к1} + E_{к2} = \frac{Gm_1m_2r_1}{2d^2} + \frac{Gm_1m_2r_2}{2d^2} = \frac{Gm_1m_2(r_1 + r_2)}{2d^2} = \frac{Gm_1m_2d}{2d^2} = \frac{Gm_1m_2}{2d}$$

Сравнивая полученное выражение для суммарной кинетической энергии системы с выражением для ее потенциальной энергии, приходим к вышеописанному условию теоремы вириала:

$$2E_к = |E_п|$$