

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников
2020-2021 учебный год
АСТРОНОМИЯ 10 класс
Критерии оценивания
Задача 1 “Масса планеты”**

Перед вами график зависимости плотности от расстояния от центра некоторой планеты, полученный по результатам исследований. Известно, что планета имеет шарообразную форму. (8 баллов)

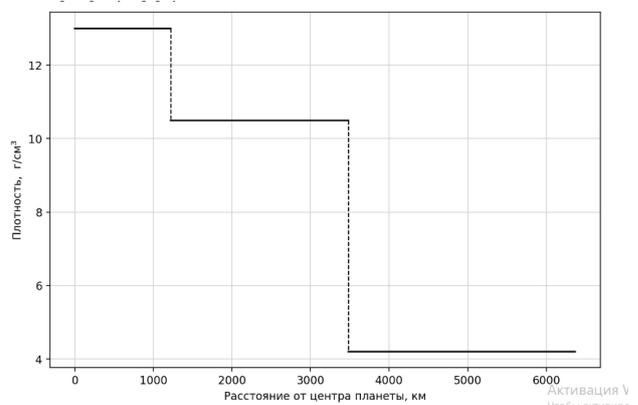
Определите:

- 1) Массу внутреннего слоя.
- 2) Массу среднего слоя.
- 3) Массу внешнего слоя.
- 4) Полную массу планеты

Решение:

Первый шаг — это предположить из графика, что внутри планеты плотность сохраняется постоянной в трех областях:

ядре (индекс 1) и двух слоях, назовем их верхним (индекс 3) и средним (индекс 2) слоем. Второй - определить из графика значения плотностей. Для этого необходимо, графически определить масштаб, и после этого снять из графика значения точек, соответствующих плотностям:



$$\begin{aligned}\rho_1 &= 4.24 \text{ г/см}^3 \approx 4.2 \text{ г/см}^3 \\ \rho_2 &= 10.48 \text{ г/см}^3 \approx 10.5 \text{ г/см}^3 \\ \rho_3 &= 12.96 \text{ г/см}^3 \approx 13.0 \text{ г/см}^3\end{aligned}$$

Определим из графика радиусы слоев и поверхности планеты:

$$\begin{aligned}R_1 &= 6370 \text{ км} \\ R_2 &= 3480 \text{ км} \\ R_3 &= 1220 \text{ км}\end{aligned}$$

Определим массу внутреннего слоя он будет являться сферой заданного радиуса:

$$M_3 = \frac{4}{3} \pi R_3^3 \cdot \rho_3 = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot (1220 \cdot 10^5)^3 \cdot 13.0 = 9.9 \cdot 10^{25} \text{ г} = 9.9 \cdot 10^{22} \text{ кг}$$

Определим массу среднего слоя он будет являться разницей сфер заданного радиуса 2 и 3:

$$\begin{aligned}M_2 &= \left(\frac{4}{3} \pi R_2^3 - \frac{4}{3} \pi R_3^3 \right) \cdot \rho_2 = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot (3480^3 - 1220^3) \cdot 10^{15} \cdot 10.5 = 1.77 \cdot 10^{27} \text{ г} \\ &= 1.8 \cdot 10^{24} \text{ кг}\end{aligned}$$

Определим массу верхнего слоя он будет являться разницей сфер заданного радиуса 1 и 2:

$$\begin{aligned}M_1 &= \left(\frac{4}{3} \pi R_1^3 - \frac{4}{3} \pi R_2^3 \right) \cdot \rho_1 = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot (6370^3 - 3480^3) \cdot 10^{15} \cdot 4.2 = 3.81 \cdot 10^{27} \text{ г} \\ &= 3.8 \cdot 10^{24} \text{ кг}\end{aligned}$$

Полная масса планеты получится - $M_1 + M_2 + M_3 = 3.8 \cdot 10^{24} + 1.8 \cdot 10^{24} + 9.9 \cdot 10^{22} \approx 5.7 \cdot 10^{24} \text{ кг}$

Критерии оценивания:

- Правильное определение значений плотности, с точностью 0.2 г/см^3 2 балла.
Правильное определение значений радиуса границ изменения плотности по радиусу планеты 100 км.....2 балла.
Правильное определение массы ядра, как сферы заданного радиуса.....1 балл.
Правильное определение среднего слоя, как разницы двух сфер.....1 балл.
Правильное определение верхнего слоя, как разницы двух сфер.....1 балл.
Правильное определение полной массы планеты.....1 балл.

Задача 2 “Астероид”

Некоторый астероид, имеющий прямое вращение по круговой орбите вокруг Солнца, в плоскости орбиты Земли, 25 сентября 2020 года вступил в противостояние с Солнцем, при наблюдении с Земли.

Определите:

- 1) Когда такое случится в следующий раз, если его период обращения равен 3 года?
- 2) Какое расстояние будет между астероидом и Землей в момент противостояния?
- 3) Определите расстояние до астероида через 1.5 года. (8 баллов)

Решение:

Из условия задачи мы знаем, что астероид движется по круговой орбите в ту же сторону что и Земля и он находится в противостоянии. Конфигурация противостояния возможна только для внешнего астероида, орбита которого больше, чем орбита Земли. Следующее противостояние будет через синодический период. Запишем синодическое уравнение для внешней планеты.

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\text{Земли}}} - \frac{1}{T_{\text{Астероида}}} \Rightarrow S = \frac{T_{\text{Земли}} \cdot T_{\text{Астероида}}}{T_{\text{Астероида}} - T_{\text{Земли}}} = \frac{1 \cdot 3}{3-1} = 1.5 \text{ года}$$

Подставляем и получаем $S=1.5$ года. Значит следующее противостояние состоится через полтора года или 547,5 дней.

Для определения расстояния между астероидом и Землей нужно сначала найти радиус орбиты астероида (или что тоже самое, его большую полуось). Для этого воспользуемся третьим законом Кеплера:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \Rightarrow a_A = a_{\text{Земли}} \left(\frac{T_A}{T_{\text{Земли}}} \right)^{2/3} = 1 \left(\frac{3}{1} \right)^{2/3} = 2.08 \text{ а.е.}$$

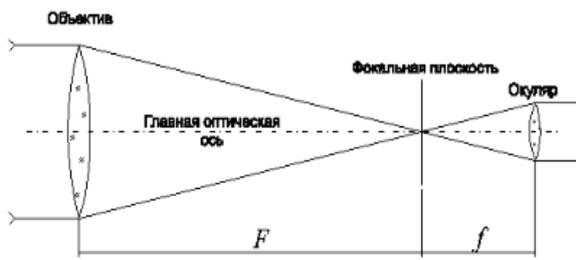
И получаем ответ 2.08 а.е.

Поскольку астероид находится в противостоянии, и на одной линии Солнце-Земля-астероид, то расстояние Земля-астероид $=2.08-1=1.08 \text{ а.е.}$

Теперь рассмотрим третий пункт задачи. Через 1.5 года астероид снова в противостоянии, его конфигурация повторится. Значит расстояние будет снова 1.08 ае.

Критерии оценивания:

- Утверждение, что астероид внешний.....1 балл
Запись выражения для синодического периода.....1 балл
Определение синодического периода в годах или днях.....1 балл
Определение даты следующего противостояния.....1 балл
Определение большой полуоси орбиты астероида.....2 балла
Определение расстояния между Землей и астероидом.....1 балл
Определение расстояния между Землей и астероидом через 1.5 года.....1 балл



Задание №3 “Труба Кеплера” Вам дана схема классического телескопа рефрактора и формула увеличения $\Gamma = \frac{F}{f} = \frac{D}{d}$, D - диаметр телескопа (входного пучка), F - фокус объектива, f - фокус окуляра, D - диаметр входного пучка, d - диаметр выходного пучка. Оптическая сила объектива 1 дптр, а окуляра — 100 дптр. Диаметр объектива телескопа составляет 12 см.

Диаметр зрачка глаза ночью составляет 6 мм. Определите:

- 1) Во сколько раз этот телескоп собирает больше света, чем человеческий глаз?
- 2) Чему равна общая длина трубы телескопа?
- 3) Чему равно увеличение этого телескопа?

Решение:

На первом этапе вспомним, что главная задача для телескопа - собирать свет. А она зависит от площади собирающей поверхности. Следовательно, телескоп соберет во столько раз больше света, во сколько площадь его объектива больше площади зрачка человеческого глаза:

$$\frac{S_{\text{Телескопа}}}{S_{\text{Глаза}}} = \frac{\pi \frac{D^2}{4}}{\pi \frac{d^2}{4}} = \left(\frac{D}{d}\right)^2 = \left(\frac{120}{6}\right)^2 = 400 \text{ раз}$$

На втором этапе нужно вспомнить взаимосвязь между оптической силой линзы и ее фокусным расстоянием: $D = 1/F$.

Получаем, что фокусное расстояние объектива $F=1$ метр

А фокусное расстояние окуляра $f=1/100=1$ см.

Из рисунка видно, что фокальная плоскость объектива совпадает с фокальной плоскостью окуляра. Следовательно, полная длина телескопа составляет $1 \text{ м} + 1 \text{ см} = 1.01 \text{ м}$

Увеличение телескопа рассчитывается из формулы $\Gamma = \frac{F}{f} = \frac{D}{d}$. Мы уже знаем фокусные расстояния объектива и окуляра, и получаем, что увеличение $\Gamma=100$.

Активация V

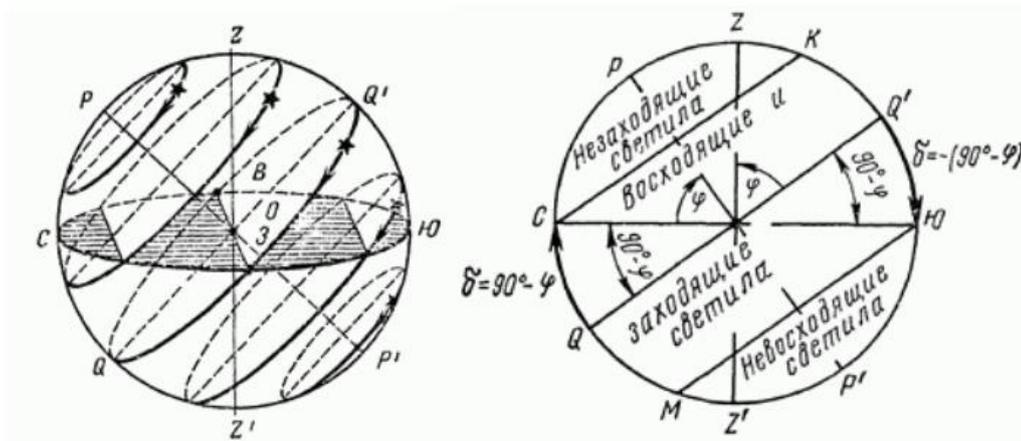
Критерии оценивания:

- Верно найдено во сколько раз телескоп собирает больше света.....2 балла.
- Связь оптической силы и фокусного расстояния линзы.....1 балл.
- Определение фокусных расстояний объектива и окуляра по 1 баллу за каждый.....2 балла.
- Определение длины телескопа.....2 балла.
- Определение увеличения телескопа.....1 балл.

Задача 4 “Две звезды”

Определите широты мест наблюдения, где звезды Капелла α Aur, склонение $\delta_K=45^\circ 59'$ и Бетельгейзе α Ori, склонение $\delta_B=7^\circ 24'$.

- 1) Одновременно являются невосходящими.
- 2) Одновременно незаходящими. (8 баллов)



Решение:

Запишем условие для невосходящих звезд - верхняя кульминация должна наступать под горизонтом:

$$90^\circ - \varphi + \delta < 0^\circ \Rightarrow -\varphi < 90^\circ - \delta$$

$$\varphi_K > 90^\circ - \delta \Rightarrow 90^\circ - 45^\circ 59' < -44^\circ 01'$$

$$\varphi_B > 90^\circ - \delta \Rightarrow 90^\circ - 7^\circ 24' < -82^\circ 36'$$

Следовательно, это будет южное полушарие, и по склонению Бетельгейзе (как более южной звезды) мы определим, какое именно значение широты будет выполнять условие задачи. И полный диапазон широт, удовлетворяющий условию, будет от $82^\circ 36'$ ю.ш. до 90° ю.ш.

Запишем условие для незаходящих звезд - нижняя кульминация должна наступать над горизонтом:

$$\varphi - 90^\circ + \delta > 0^\circ \Rightarrow \varphi > 90^\circ - \delta$$

$$\varphi_K > 90^\circ - \delta \Rightarrow 90^\circ - 45^\circ 59' > 44^\circ 01'$$

$$\varphi_B > 90^\circ - \delta \Rightarrow 90^\circ - 7^\circ 24' > 82^\circ 36'$$

Следовательно, это будет северное полушарие, и Бетельгейзе определит нам, какое именно значение широты будет выполнять условие задачи. И полный диапазон широт, удовлетворяющий условию, будет от $82^\circ 36'$ с.ш. до 90° с.ш.

Критерии оценивания:

- Запись условия для невосходящих светил.....1 балл.
- Определение широт для Бетельгейзе и Капеллы, где они не восходят по..... 1 балл.
- Вывод о широтах, на которых обе звезды являются не восходящими.....1 балл
- Запись условия для незаходящих светил.....1 балл
- Определение широт для Бетельгейзе и Капеллы, где они не заходят.....по 1 баллу
- Вывод о широтах, на которых обе звезды являются не заходят.....1 балл.

Активация Win
Чтобы активировать
ваше "Параметры"

Задание No5 “Соседи”

Звезда Ран (ε Эридана), является третьей из ближайших звёзд (не считая Солнца), видимых без телескопа и имеет параллакс 0.31”.

Определите:

- 1) расстояние до звезды в парсеках.
- 2) максимальное угловое расстояние между Марсом и Землёй, при наблюдении с этой звезды.
- 3) максимальное возможное линейное расстояние между Землей и Марсом. Орбиты планет считать круговыми.

Решение:

На первом этапе найдем расстояние от звезды Ран до Солнца. Его мы получим из годового параллакса звезды. $r=1/p = 3.23$ пк. Далее учтем, в случае круговых орбит, что максимальное видимое удаление Марса от Земли будет тогда, когда они будут по разные стороны от Солнца на расстоянии $1+ 1.5 = 2.5$ а.е. Используя определение параллакса получаем, что с расстояния в 3.23 пк радиус земной орбиты будет виден под углом 0.31”. Следовательно, 2.5 а.е. будут видны под углом $2.5 \cdot 0.31 = 0.775''$ или примерно 0.78”. Ну и максимально возможное расстояние между землей и марсом составляет $1+1.5=2.5$ а.е., когда планеты находятся по разные стороны от Солнца. А Марс с Земли виден в соединении с Солнцем. Переведем расстояние в км $-2.5 \cdot 150$ млн км = 375 млн. км.

Критерии оценивания:

- Определение расстояния до звезды при помощи годового параллакса.....3 балла
Определение значения максимального углового расстояния между Землей и Марсом при наблюдении со звезды Ран.....3 балла
Определение максимального линейного расстояния между Землей и Марсом -2.5 а.е. или 375 млн.км.....2 балла