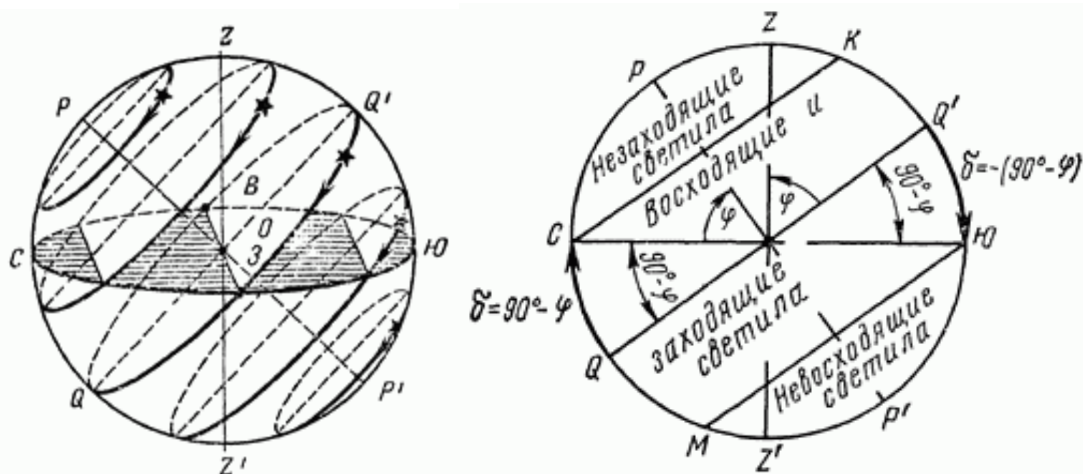


## Решение задач 10 класс

**Задание №1 “Две звезды”** Определите широты мест наблюдения, где звезды Капелла  $\alpha$  Aug, склонение  $\delta_K=45^\circ 59'$  и Бетельгейзе  $\alpha$  Ori, склонение  $\delta_B=7^\circ 24'$ .

- 1) Одновременно являются невосходящими.
- 2) одновременно незаходящими.

**Решение:**



Запишем условие для невосходящих звезд - верхняя кульминация должна наступать под горизонтом:

$$90^\circ - \varphi + \delta < 0^\circ \Rightarrow -\varphi < 90^\circ - \delta$$

$$\varphi_K > 90^\circ - \delta \Rightarrow 90^\circ - 45^\circ 59' < -44^\circ 01'$$

$$\varphi_B > 90^\circ - \delta \Rightarrow 90^\circ - 7^\circ 24' < -82^\circ 36'$$

Следовательно, это будет южное полушарие, и по склонению Бетельгейзе (как более южной звезды) мы определим, какое именно значение широты будет выполнять условие задачи. И полный диапазон широт, удовлетворяющий условию, будет от  $82^\circ 36'$  ю.ш. до  $90^\circ$  ю.ш.

Запишем условие для незаходящих звезд - нижняя кульминация должна наступать над горизонтом:

$$\varphi - 90^\circ + \delta > 0^\circ \Rightarrow \varphi > 90^\circ - \delta$$

$$\varphi_K > 90^\circ - \delta \Rightarrow 90^\circ - 45^\circ 59' > 44^\circ 01'$$

$$\varphi_B > 90^\circ - \delta \Rightarrow 90^\circ - 7^\circ 24' > 82^\circ 36'$$

Следовательно, это будет северное полушарие, и Бетельгейзе определит нам, какое именно значение широты будет выполнять условие задачи. И полный диапазон широт, удовлетворяющий условию, будет от  $82^\circ 36'$  с.ш. до  $90^\circ$  с.ш.

### Разбалловка:

Запись условия для невосходящих светил = 1 балл

Определение широт для Бетельгейзе и Капеллы, где они не восходят по 1 баллу

Вывод о широтах, на которых обе звезды являются не восходящими. - 1 балл

Запись условия для незаходящих светил = 1 балл

Определение широт для Бетельгейзе и Капеллы, где они не заходят по 1 баллу

Вывод о широтах, на которых обе звезды являются не заходят. -1 балл

**Задание №2 “Астрономический календарь”** Дорогой друг, если ты сегодня заглянул бы в школьный астрономический календарь 2020/2021 учебного года, то увидел бы, что 15 ноября 2020 г наступит ближайшее новолуние. Также ты смог бы прочитать, что до конца года наступят два затмения. Сначала лунное, а потом солнечное. Определите:

- 1) дату солнечного затмения.
- 2) в какой фазе Луны наступит это солнечное затмение?
- 3) дату лунного затмения.
- 4) в какой фазе Луны наступит это лунное затмение?

**Решение:**

Определимся, когда происходят затмения. Солнечные - в фазе новолуния, т.к. Луна находится между Солнцем и Землей и лунные - в фазе полнолуния, когда Земля находится между Луной и Солнцем. Ближайшее новолуние состоится 15 ноября, но, по условию задачи, в это новолуние состоится солнечное затмение не может, так как лунное затмение должно было наступить раньше и уже бы произошло. Период смены Лунных фаз составляет 29.5 дней, следовательно, до конца года останется наступить одному новолунию. 15 ноября наступает ближайшее новолуние, а значит следующее произойдет 14 декабря, так как в ноябре 30 дней. И двум полнолуниям 30 ноября и 30 декабря. Следовательно, солнечное затмение наступит 14 декабря. Затмения всегда происходят парами одно (солнечное или лунное) и через две недели другое (противоположное - лунное или солнечное). И, если мы учтем условие задачи, где написано, что наступит сначала лунное затмение, то его дата будет - 30 ноября.

**Разбалловка:**

Упоминание в решении правильного положения Солнца, Луны и Земли для солнечного затмения - 1 балл.

Упоминание в решении правильного положения Солнца, Луны и Земли для лунного затмения - 1 балл.

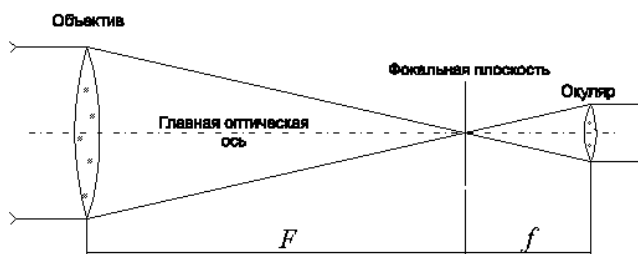
Использования правильного периода смены фаз луны -29.5 дней - 1 балл

Правильное использование промежутка времени между фазами Луны, от полнолуния до новолуния, и от новолуния до полнолуния - 1 балл

Итоговые ответы:

- 1) 14 декабря - 1 балл.
- 2) Новолуние - 1 балл
- 3) 30 ноября - 1 балл
- 4) Полнолуние - 1 балл

Итого 8 баллов за задание



**Задание №3 “Труба Кеплера”** Вам дана схема классического телескопа рефрактора и формула увеличения  $\Gamma = \frac{F}{f} = \frac{D}{d}$ ,  $D$  - диаметр телескопа (входного пучка),  $F$  - фокус объектива,  $f$  - фокус окуляра,  $D$  - диаметр входного пучка,  $d$  - диаметр выходного пучка. Оптическая сила объектива 1 дптр, а окуляра — 100 дптр. Диаметр объектива телескопа составляет 12 см.

Диаметр зрачка глаза ночью составляет 6 мм. Определите:

- 1) Во сколько раз этот телескоп собирает больше света, чем человеческий глаз?
- 2) Чему равна общая длина трубы телескопа?
- 3) Чему равно увеличение этого телескопа?

**Решение:**

На первом этапе вспомним, что главная задача для телескопа - собирать свет. А она зависит от площади собирающей поверхности. Следовательно, телескоп соберет во столько раз больше света, во сколько площадь его объектива больше площади зрачка человеческого глаза:

$$\frac{S_{\text{Телескопа}}}{S_{\text{Глаза}}} = \frac{\pi \frac{D^2}{4}}{\pi \frac{d^2}{4}} = \left(\frac{D}{d}\right)^2 = \left(\frac{120}{6}\right)^2 = 400 \text{ раз}$$

На втором этапе нужно вспомнить взаимосвязь между оптической силой линзы и ее фокусным расстоянием:  $D = 1/F$ .

Получаем, что фокусное расстояние объектива  $F=1$  метр

А фокусное расстояние окуляра  $f=1/100=1$  см.

Из рисунка видно, что фокальная плоскость объектива совпадает с фокальной плоскостью окуляра. Следовательно, полная длина телескопа составляет  $1 \text{ м} + 1 \text{ см} = 1.01 \text{ м}$

Увеличение телескопа рассчитывается из формулы  $\Gamma = \frac{F}{f} = \frac{D}{d}$ . Мы уже знаем фокусные расстояния объектива и окуляра, и получаем, что увеличение  $\Gamma=100$ .

### Разбалловка

Верно найдено в сколько раз телескоп собирает больше - 400 раз - 2 балла

Связь оптической силы и фокусного расстояния линзы - 1 балл

Определение фокусных расстояний объектива и окуляра по 1 баллу за каждый - итого 2 балла

Определение длины телескопа 1.01 метра. - 2 балла.

Определение увеличения телескопа 100 - 1 балл.

Итого за задание 8 баллов

**Задание №4 “Астероид”** Некоторый астероид, имеющий прямое вращение по круговой орбите вокруг Солнца, в плоскости орбиты Земли, 25 сентября 2020 года вступил в противостояние с Солнцем, при наблюдении с Земли. Определите:

- 1) Когда такое случится в следующий раз, если его период обращения равен 3 года?
- 2) Какое расстояние будет между астероидом и Землей в момент противостояния?
- 3) Определите расстояние до астероида через 1.5 года.

### Решение.

Из условия задачи мы знаем, что астероид движется по круговой орбите в ту же сторону, что и Земля и он находится в противостоянии. Конфигурация противостояния возможна только для внешнего астероида, орбита которого больше, чем орбита Земли.

Следующее противостояние будет через синодический период.

Запишем синодическое уравнение для внешней планеты:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\text{Земли}}} - \frac{1}{T_{\text{Астероида}}} \Rightarrow S = \frac{T_{\text{Земли}} \cdot T_{\text{Астероида}}}{T_{\text{Астероида}} - T_{\text{Земли}}} = \frac{1 \cdot 3}{3-1} = 1.5 \text{ года}$$

Подставляем и получаем  $S=1.5$  года. Значит следующее противостояние состоится через полтора года или 547,5 дней.

Для определения расстояния между астероидом и Землей нужно сначала найти радиус орбиты астероида (или что тоже самое, его большую полуось). Для этого воспользуемся третьим законом Кеплера:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \Rightarrow a_A = a_{\text{Земли}} \left(\frac{T_A}{T_{\text{Земли}}}\right)^{2/3} = 1 \left(\frac{3}{1}\right)^{2/3} = 2.08 \text{ а.е.}$$

И получаем ответ 2.08 а.е.

Поскольку астероид находится в противостоянии, и на одной линии Солнце-Земля-астероид, то расстояние Земля-астероид  $=2.08-1=1.08$  а.е.

Теперь рассмотрим третий пункт задачи. Через 1.5 года астероид снова в противостоянии, его конфигурация повторится. Значит расстояние будет снова 1.08 ае.

### Разбалловка.

утверждение, что астероид внешний. - 1 балл

запись выражения для синодического периода - 1 балл

определение синодического периода в годах или днях = 1 балл

определение даты следующего противостояния - 1 балл

определение большой полуоси орбиты астероида = 2 балла

определение расстояния между Землей и астероидом - 1 балл

определение расстояния между Землей и астероидом через 1.5 года = 1 балл.

Итого за задание 8 баллов

**Задание №5 “Соседи”** Звезда Ран ( $\epsilon$  Эридана), является третьей из ближайших звёзд (не считая Солнца), видимых без телескопа и имеет параллакс  $0.31''$ . Определите:

1) расстояние до звезды в парсеках.

2) максимальное угловое расстояние между Марсом и Землёй, при наблюдении с этой звезды.

3) максимальное возможное линейное расстояние между Землей и Марсом.

Орбиты планет считать круговыми.

### Решение.

На первом этапе найдем расстояние от звезды Ран до Солнца. Его мы получим из годового параллакса звезды.

$$r=1/p = 3.23 \text{ пк.}$$

Далее учтем, в случае круговых орбит, что максимальное видимое удаление Марса от Земли будет тогда, когда они будут по разные Стороны от Солнца на расстоянии  $1+1.5 = 2.5$  а.е.

Используя определение параллакса получаем, что с расстояния в 3.23 пк радиус земной орбиты будет виден под углом  $0.31''$ . Следовательно, 2.5 а.е. буду видны под углом  $2.5*0.31=0.775''$  или примерно  $0.78''$ .

Ну и максимально возможное расстояние между землей и марсом составляет  $1+1.5=2.5$  а.е., когда планеты находятся по разные стороны от Солнца. А Марс с Земли виден в соединении с Солнцем. Переведем расстояние в км -  $2.5*150$  млн км = 375 млн. км

### Разбалловка.

Определение расстояния до звезды при помощи годового параллакса - 3 балла

Определение значения максимального углового расстояния между Землей и Марсом при наблюдении со звезды Ран - 3 балла

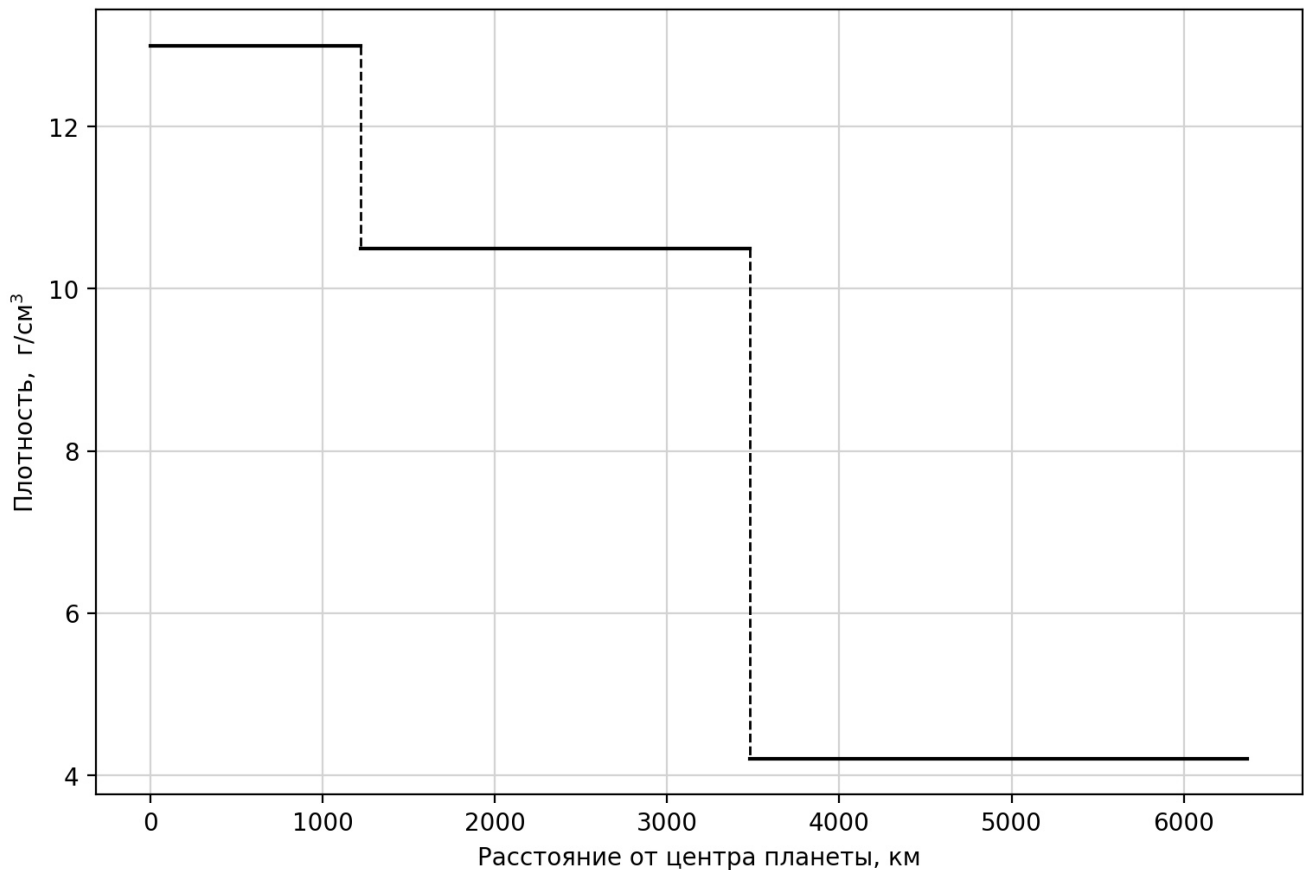
Определение максимального линейного расстояния между Землей и Марсом - 2.5 а.е. или 375 млн.км - 2 балла

Итого за задание 8 баллов

### Примечание:

Если, в подсчете максимального расстояния между Землей и Марсом, учащийся ошибся и получил неверный ответ, но в диапазоне 0,5 - 5 а.е. А сам подсчет углового расстояния, используя определение параллакса, выполнил правильно (с теми данными, что получены ранее) часть решения за подсчет углового расстояния (3 балла) оценивается полностью. А часть (2 балла), за подсчет расстояния, не оценивается.

**Задание №6 “Масса планеты”** Перед вами график зависимости плотности от расстояния от центра некоторой планеты, полученный по результатам исследований. Известно, что планета имеет шарообразную форму.



Определите:

- 1) Массу внутреннего слоя.
- 2) Массу среднего слоя.
- 3) Массу внешнего слоя.
- 4) Полную массу планеты

**Решение:**

Первый шаг — это предположить из графика, что внутри планеты плотность сохраняется постоянной в трех областях: ядре (индекс 1) и двух слоях, назовем их верхним (индекс 3) и средним (индекс 2) слоем. Второй - определить из графика значения плотностей. Для этого необходимо, графически определить масштаб, и после этого снять из графика значения точек, соответствующих плотностей:

$$\rho_1 = 4.24 \text{ г/см}^3 \approx 4.2 \text{ г/см}^3$$

$$\rho_2 = 10.48 \text{ г/см}^3 \approx 10.5 \text{ г/см}^3$$

$$\rho_3 = 12.96 \text{ г/см}^3 \approx 13.0 \text{ г/см}^3$$

Определим из графика радиусы слоев и поверхности планеты:

$$R_1 = 6370 \text{ км}$$

$$R_2 = 3480 \text{ км}$$

$$R_3 = 1220 \text{ км}$$

Определим массу внутреннего слоя он будет являться сферой заданного радиуса:

$$M_3 = \frac{4}{3} \pi R_3^3 \cdot \rho_3 = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot (1220 \cdot 10^5)^3 \cdot 13.0 = 9.9 \cdot 10^{25} \text{ г} = 9.9 \cdot 10^{22} \text{ кг}$$

Определим массу среднего слоя он будет являться разницей сфер заданного радиуса 2 и 3:

$$M_2 = \left(\frac{4}{3}\pi R_2^3 - \frac{4}{3}\pi R_3^3\right) \cdot \rho_2 = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot (3480^3 - 1220^3) \cdot 10^{15} \cdot 10.5 = 1.77 \cdot 10^{27} \text{ г}$$

$$= 1.8 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

Определим массу верхнего слоя он будет являться разницей сфер заданного радиуса 1 и 2:

$$M_1 = \left(\frac{4}{3}\pi R_1^3 - \frac{4}{3}\pi R_2^3\right) \cdot \rho_1 = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot (6370^3 - 3480^3) \cdot 10^{15} \cdot 4.2 = 3.81 \cdot 10^{27} \text{ г}$$

$$= 3.8 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

Полная масса планеты получится -  $M_1 + M_2 + M_3 = 3.8 \cdot 10^{24} + 1.8 \cdot 10^{24} + 9.9 \cdot 10^{22} \approx 5.7 \cdot 10^{24} \text{ кг}$

### Разбалловка

Правильное определение значений плотности, с точностью 0.2 г/см<sup>3</sup> - 2 балла

Правильное определение значений радиуса границ изменения плотности по радиусу планеты 100 км - 2 балла.

Правильное определение массы ядра, как сферы заданного радиуса - 1 балл

Правильное определение среднего слоя, как разницы двух сфер - 1 балл

Правильное определение верхнего слоя, как разницы двух сфер - 1 балл

Правильное определение полной массы планеты - 1 балл

Итого за задания 8 баллов