Условия задач

1. В мае или в ноябре может наблюдаться транзит (прохождение) Меркурия по диску Солнца – редкое астрономическое явление, случающееся однако намного чаще, чем прохождения Венеры, поскольку Меркурий находится ближе к Солнцу и движется быстрее. Последнее прохождение произошло 11 ноября 2019 года, следующее случится только 13 ноября 2032 года. Изобразите чертёж взаимного расположения Солнца, Земли и Меркурия в момент транзита Меркурия. Вычислите, на каком расстоянии (в км) от Земли находился в это время Меркурий. Определите синодический период относительного движения Меркурия и Земли. Совпадает ли этот период с интервалами между указанными датами двух ближайших транзитов? Свой ответ поясните.

2. Этот снимок Луны сделал французский астрофотограф Лоран Лаведер. Оцените примерное расстояние, с которого мог быть сделан этот портрет на фоне лунного диска. Сделайте чертеж, поясняющий проведение оценки.

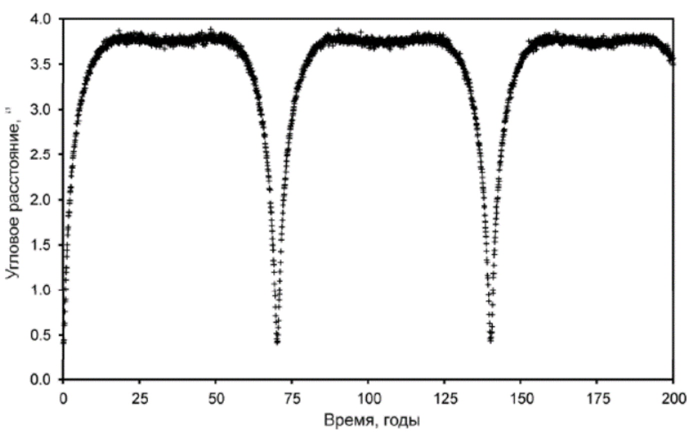
3. На какой максимальной высоте h может кульминировать Луна в Саратове? Наклонение эклиптики к плоскости небесного экватора составляет $\varepsilon = 23{,}5^0$. Наклонение плоскости орбиты Луны к плоскости эклиптики $i = 5{,}1^0$. Географические координаты Саратова: $\varphi = 51{,}5^0$ с.ш., долгота $\lambda = 46{,}0^0$ в.д.

4. Определите эксцентриситет орбиты в двойной системе одинаковых солнцеподобных звезды, если выраженное в угловых секундах видимое угловое расстояние между ними меняется так, как показано на графике.

5. Вычислите массу (в массах Солнца) каждой из звезд, входящих в состав такой двойной звезды, у которой параллакс 0,5”, период обращения 80 лет, большая полуось орбиты видна с Земли под углом 18”, а звезды отстоят от центра масс на расстояниях, относящихся как 3:1.

6. Во сколько раз изменится радиус цефеиды, если амплитуда изменения ее блеска равна $1{,}5^m$, а яркость единицы ее поверхности остается постоянной?

К задаче 2



К задаче 4

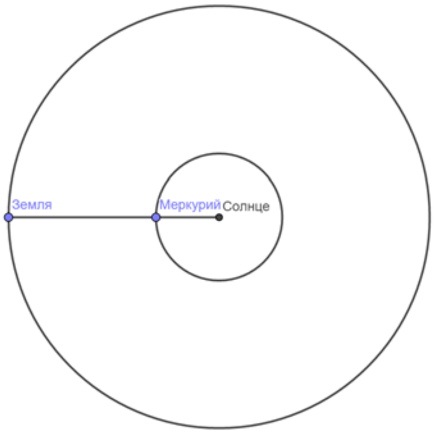
Решения

1. Для определения расстояния между Землей и Меркурием из справочных данных возьмём средние расстояния планет от Солнца:

$R_м$=0,387 а.е.; $R_з$=1,000 а.е.

Из построения очевидно, что искомое расстояние между Землей и Меркурием:

$R_{мз}=R_з - R_м$ = 0,613 а.е. = $0{,}613\cdot1{,}496\cdot10^{11} \approx 0{,}917\cdot10^{11}$ м = $9{,}17\cdot10^7$ км. *(1 балл)*



Для определения синодического периода относительного движения планет (S) воспользуемся формулой для внутренних планет:

$\frac{1}{S}=\frac{1}{T_м}-\frac{1}{T_з}$, где $T_м$ и $T_з$ – сидерические периоды обращения Меркурия и Земли соответственно. *(2 балла)*

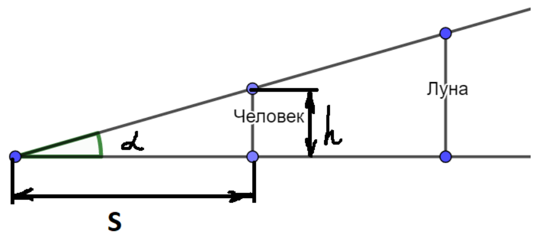
Из справочных таблиц находим: $T_м = 87{,}969$ сут и $T_з = 365{,}256$ сут

Тогда $S=\frac{T_з T_м}{T_з - T_м}=\frac{32131{,}205}{277{,}287}=115{,}9$ сут *(2 балла)*

Очевидно, что период повторения транзита существенно больше синодического периода, так как транзит наступает только в том случае, если в момент нижнего соединения (которые повторяются с периодом S) Меркурий, Солнце и Земля находятся на одной прямой. *(2 балла)*

2. Видимый угловой размер Луны составляет примерно α = 0,5° *(2 балла)*. Верно выполненный чертёж *(2 балла)*.

Проведение примерной оценки допускает принять рост человека с вытянутыми руками h ≈ 2 – 2,5 м.



Для малых углов можно считать, что *tg α ≈ α* (рад). *(2 балла)*

Тогда *S ≈ h/α* ≈ 229 – 287 м. *(попадание в диапазон оценки – 2 балла)*.

3. Максимальная высота в кульминации будет в тот момент, когда у Луны максимальное склонение *(2 балла)*, равное δ = ε + i = 28,6° *(2 балла)*. Максимальная высота луны в верхней кульминации составит h = 90° – φ + δ *(2 балла)* = 67,1° *(2 балла)*.

4. Зависимость углового расстояния между звездами характеризуется резкими минимумами, между которыми эта величина практически постоянна. Такая зависимость больше похожа на кривую блеска затменной переменной *(2 балла)*. Если же говорить об угловом расстоянии, то начать следует с вывода о том, что

орбиты звезд в системе явно не круговые.

Будем считать одну из звезд неподвижной, рассматривая движение второй звезды относительно первой. Очевидно, это не меняет форму орбиты. Будь эта орбита круговой, пусть даже и наклоненной к лучу зрения, в проекции на небесную сферу она представлялась бы эллипсом с центром, совпадающим с положением звезды, которую мы считаем неподвижной. В этом случае угловая зависимость имела два одинаковых максимума и два одинаковых минимума по ходу орбитального периода, что не соответствует условию. *(2 балла)*

Рассмотрим теперь случай эллиптических орбит. На картине мы видим острый минимум, а вся зависимость симметрична относительно этого минимума. Такое может быть, если этот минимум соответствует перицентру орбиты звезды.

В момент перицентра угловое расстояние между звездами составляет ρ_P=0.4″. В апоцентре звезда оказывается через половину периода, и тогда угловое расстояние равно ρ_A=3.75″. *(2 балла)*

Неподвижная звезда, перицентр и апоцентр находятся в пространстве на одной прямой, поэтому вне зависимости от ориентации орбиты эти видимые расстояния относятся друг к другу так же, как и пространственные расстояния в перицентре и апоцентре. Отсюда мы получаем эксцентриситет орбиты:

$e = \frac{\rho_A - \rho_P}{\rho_A + \rho_P} = 0.8$ *(2 балла).*

5. Пусть $\pi = 0{,}5''$ – параллакс двойной звезды. Тогда расстояние до нее можно найти по формуле: $r = 1/\pi$ = 2 парсека *(1 балл)*. Зная расстояние до звезды и видимый угловой размер большой полуоси можно найти реальный размер большой полуоси орбиты: $a = r\,\alpha$ = 2 парсека · 18” = 36 а.е. *(2 балла)*.

Воспользуемся обобщенным третьим законом Кеплера, чтобы найти сумму масс компонент двойной звезды. Двойную звезду будем рассматривать в сравнении с системой Земля-Солнце.

$(T_з)\ 2\ (M_c + m_з) / (T_2 \cdot (m_1 + m_2)) = (a_з)^3 / a^3$. (1) (2 балла)

Массой Земли по сравнению с массой Солнца можно пренебречь.

$T_з$ = 1 год, $a_з$ = 1 а.е. Тогда: $m_1 + m_2 = a\ {}^3M_c/T_2 = 7{,}29M_c$. *(1 балл)* Для двойных звезд:

$m_1r_1 = m_2r_2$, тогда $m_2 = 3m_1$. Отсюда: m_1 = 1,82 массы Солнца, m_2 = 5,47 массы Солнца *(2 балла)*.

6. По условию задачи поверхностная яркость (и эффективная температура) цефеиды остается постоянной, и блеск изменяется только за счет изменений её пространственных и видимых размеров. В этом случае справедлива формула: $\Delta m = 5\ lg\ R_2/R_1$ *(3 балла)*, где R_1 и R_2 – радиусы цефеиды в минимуме и максимуме блеска *(2 балла)*. Подставляя числовое значение величины Δm, получаем, что в максимуме цефеида имеет в 2 раза *(3 балла)* больший радиус, чем в минимуме.