

11 класс.

1. Найдите амплитуду изменения звездной величины Солнца, видимого с карликовой планеты Эриды. Большая полуось орбиты Эриды равна 67 а.е, а эксцентриситет – 0.44.

Решение. Изменение блеска Солнца, наблюдаемого с Эриды, будет вызвано изменением расстояния до него из-за орбитального движения планеты. Расстояние в афелии орбиты $R_a = a(1+e)$, а в перигелии $R_p = a(1-e)$. По формуле Погсона амплитуда этого изменения будет равна:

$$\Delta m = 2.5 \lg \frac{E_p}{E_a} = 2.5 \lg \frac{R_a^2}{R_p^2} = 5 \lg \frac{R_a}{R_p} = 5 \lg \frac{1+e}{1-e} = 2.05$$

2. Пароход отправился из Неаполя 1 февраля 1900 года и прибыл в Новороссийск 25 января 1900 года. Определите среднюю скорость парохода в километрах в час, если он находился в плавании целое число суток. Расстояние, пройденное пароходом, равно 3000 км.

Решение. Очевидно, что дата прибытия меньше, чем дата отправления, потому что в это время в Италии уже использовался григорианский календарь, а Российская империя всё ещё жила по юлианскому календарю, т. н. старому стилю. Отличие григорианского летоисчисления от юлианского в том, что если номер года кратен 100 и не кратен 400, то он не является високосным. 1900 год как раз относится к таким. Сейчас разница между юлианским и григорианским календарями составляет 13 дней. Но до 13 марта 1900 года по григорианскому календарю (29 февраля 1900 года по юлианскому) эта разница составляла всего 12 дней. Значит, по юлианскому календарю пароход отправился из Неаполя 20 января, а, следовательно, в плавании он находился 5 дней, или 120 часов. Тогда его средняя скорость равна $v = 3000 \text{ км} / 120 \text{ часов} = 25 \text{ км/ч}$.

3. Наблюдатель заметил, что Юпитер, находясь в противостоянии, совершил верхнюю кульминацию на высоте 45° к югу от зенита, а его нижняя кульминация в тот же день составила всего 2° . Оцените, через какое время Юпитер взойдет в точке востока? Наклоном плоскости орбиты Юпитера к плоскости эклиптики пренебречь.

Решение. Восходить в точке востока, а также заходить в точке запада могут только те светила, чье склонение равно 0. Юпитер в процессе своего движения вокруг Солнца движется по эклиптике, и имеет склонение 0 два раза за орбитальный период, когда проходит через точки весеннего и осеннего равноденствия. Составим систему уравнений для верхней и нижней кульминации.

$$\begin{cases} h_B = 90 + \delta - \varphi \\ h_H = -90 + \delta + \varphi \end{cases}$$

Из этой системы можно определить склонение Юпитера. Оно составляет $23,5^\circ$. Значит, Юпитер находится в точке летнего солнцестояния, а в точке осеннего равноденствия окажется через четверть своего орбитального периода, т.е. почти через 3 года.

4. Десять солнцеподобных звезд свалили в кучу и сделали одну белую звезду главной последовательности. Как изменилась светимость такой звезды, если ее средняя плотность в три раза меньше солнечной?

Решение. Светимость звезды ($L = 4\pi R^2\sigma T^4$) определяется температурой и площадью поверхности звезды. Звезда белая, т.е. ее температура около 10^4 К. Она в 1.7 раза больше температуры Солнца ($6 \cdot 10^3$ К), и за счет изменения температуры светимость увеличилась в $(1.7)^4 \approx 8$ раз. Так как масса звезды стала в 10 раз больше, а плотность в 3 раза меньше, то объем звезды увеличился в 30 раз. Поскольку объем пропорционален кубу радиуса, то радиус новой звезды в $\sqrt[3]{30}$ раз больше старого радиуса, а площадь поверхности, следовательно, в $(30)^{2/3} \approx 10$ раз больше прежней. Таким образом, суммарная светимость новой звезды возросла в ≈ 80 раз.

5. Когда световой день в Якутске был (или будет) длиннее: 23 сентября 2020 года или 23 сентября 2021 года? Ответ обоснуйте.

Решение. Обычный календарный год примерно на четверть суток короче, чем тропический. Поэтому за календарный год Солнце чуть-чуть не успевает завершить круг своего годичного перемещения по небесной сфере. Но 2020 год – високосный. Он на сутки длиннее обычного года и на $3/4$ суток длиннее тропического. Значит, спустя високосный год Солнце пройдет полный круг по небу и ещё немного. В сентябре склонение Солнца непрерывно уменьшается. Из-за этого оно каждый день восходит несколько позже, а заходит – раньше, чем накануне. Спустя високосный (т. е. более длинный) год Солнце окажется немного южнее, чем это будет 23.09.2021, а значит, продолжительность светового дня окажется немного меньше.

6. Около 3 тысяч лет назад в день летнего солнцестояния полуденное зенитное расстояние Солнца в одном из мест земной поверхности было $26^\circ 15'$ (к югу от зенита), а в день зимнего солнцестояния полуденная высота Солнца над южным горизонтом равнялась $+16^\circ 03'$. Вычислить наклонение эклиптики к небесному экватору в ту эпоху.

Решение. Кульминация Солнца в летнее солнцестояние происходит к югу от зенита, следовательно, широта места ϕ больше угла наклона экватора к эклиптике на тот момент ε . Значения высоты Солнца в верхней кульминации в летнее и зимнее солнцестояние выражаются формулами:

$$h_1 = 90^\circ - \phi + \varepsilon,$$

$$h_2 = 90^\circ - \phi - \varepsilon.$$

По условию задачи, величина h_1 равна $63^{\circ}45'$ (90° минус зенитное расстояние), а величина h_2 составляет $16^{\circ}03'$. Отсюда получаем значение наклона экватора к эклиптике:

$$\varepsilon = (h_1 - h_2)/2 = 23^{\circ}51'$$