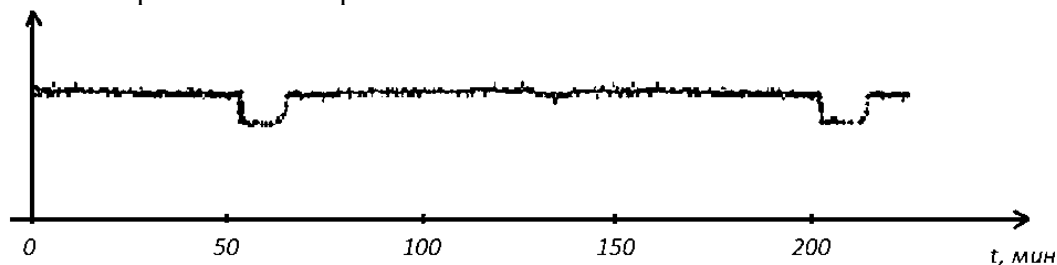


**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников  
по астрономии  
2020-2021 учебный год  
9 класс  
Максимальный балл – 48 баллов**

**Задача №1. «В поисках экзопланет»**

Современная астрономия позволяет обнаруживать планеты у других звезд. Для этого используется метод транзитной фотометрии — способ обнаружения экзопланет, основанный на наблюдениях за прохождением планеты на фоне звезды. Во время транзита планета скрывает часть своей родительской звезды для наблюдателя, так что яркость звезды уменьшается во время транзита. В ходе поиска экзопланеты транзитным методом был получен график зависимости блеска звезды от времени (см. рисунок). Предполагая, что планета располагается очень близко к звезде и её траектория представляет собой окружность, определите среднюю плотность исследуемой звезды. Необходимые для решения константы можно найти в справочных материалах.



*Автор: Гусев Андрей Владиславович*

**Решение:**

- 1) Из графика видно, что период обращения планеты примерно равен 150 минутам.
- 2) Период обращения  $T$  планеты вокруг звезды по орбите радиуса  $R$  связан со скоростью  $v$  движения планеты  $T = \frac{2\pi R}{v}$ .
- 3) Средняя плотность звезды:  $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R_3^3}$ , где  $M$  – масса звезды,  $R_3$  – радиус звезды.
- 4) Т.к. звезда располагается близко к звезде, можно считать  $R \approx R_3$
- 5) Планета массы  $m$  движется по круговой орбите под действием силы тяготения звезды. Запишем второй закон Ньютона для этого движения:  $G \frac{mM}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$
- 6) В результате получаем  $\rho = \frac{3\pi}{GT^2}$ .
- 7) Подставляем числовые значения, получаем  $1744 \text{ кг/м}^3$

**Критерии оценивания:**

Этап решения	Балл
1. Определение периода обращения из графика	1
2. Связь скорости и периода обращения планеты	1
3. Определение средней плотности звезды	1
4. $R \approx R_3$	1
5. Закон всемирного тяготения	1
6. Второй закон Ньютона + формула для центростремительного ускорения	1+1
7. Результат	1
<b>Итого</b>	<b>8</b>

## Задача №2. «Из астрономических работ П.С. Лапласа»

Пьер Симон, маркиз де Лаплас – французский математик, механик, физик и астроном; известен работами в области небесной механики, дифференциальных уравнений, один из создателей теории вероятностей. Заслуги Лапласа в области чистой и прикладной математики и особенно в астрономии громадны: он усовершенствовал почти все разделы этих наук. В конце XVIII века П.С. Лаплас обнаружил, что периоды обращения вокруг Солнца у двух планет Солнечной системы относятся как 5:2. Одна из этих планет — Юпитер. Определите вторую планету. Необходимые для решения константы можно найти в справочных материалах.

*Автор: Фокин Андрей Владимирович*

### Решение:

Вместо периодов удобнее работать с большими полуосями орбит планет. По III закону Кеплера для периодов двух планет  $T$  и больших полуосей орбит  $a$  верно равенство:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

поэтому  $\frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{2/3}$ .

Вычислим  $a_1/a_2 = 2.5^{2/3} = 1.84$ . Нам достаточно получить приблизительный ответ, поэтому ограничимся очевидной оценкой:  $a_1/a_2 < 2$ . Таким образом, получается, что искомая планета должна быть не более чем в два раза ближе к Солнцу, чем Юпитер, или не более чем в два раза дальше. Большая полуось орбиты Юпитера около 5 а.е., так что искомая планета должна иметь большую полуось орбиты в пределах 2.5 а.е.  $< a < 10$  а.е.

Из двух ближайших соседей Юпитера Марс не подходит (у него большая полуось орбиты всего 1.5 а.е.), зато подходит Сатурн ( $a = 9.6$  а.е.). Именно он нам и нужен.

Заметим, что ситуация, когда периоды обращения двух тел относятся как небольшие натуральные числа, встречается в Солнечной системе достаточно часто. Такое явление (его принято называть резонансом) образуется в результате приливного взаимодействия тел. Если это знать, то можно догадаться, что «напарник» Юпитера по резонансу должен быть достаточно массивным (и уже на этом основании дать ответ — Сатурн).

### Критерии оценивания:

Этап решения	Балл
1. III закон Кеплера	2
2. Нахождение $a_1/a_2$	1
3. Нахождение границ, в пределах которых находится искомая планета	1
4. Указаны две планеты в указанных границах: Марс и Сатурн	1+1
5. Нахождение искомой планеты (Сатурн)	2
<b>Итого</b>	<b>8</b>

Правильный ответ без обоснования оценивается только пунктом 5. Если указан пункт 5 и есть пояснение через приливное взаимодействие тел и установление резонанса, задача оценивается в полный балл.

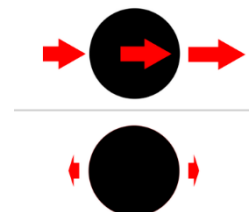
### Задача №3. «Приливы и отливы»

Жители океанских побережий знают, что самые высокие приливы бывают в полнолуние и новолуние. Объясните: 1) Какова природа приливов и отливов? 2) Почему в полнолуние и новолуние приливы бывают сильнее? 3) Где важно учитывать приливы и отливы? 4) Можно ли обнаружить приливы находясь, например, на вершине Александровской сопки? Ответ поясните.

Автор: Ловчиков Дмитрий Владимирович

#### Решение:

Тело в поле тяготения массы (расположена справа за границами рисунка). Вверху: Силы тяготения максимальны для частей тела, близких к тяготеющей массе (справа), и минимальны для дальних частей (слева). Внизу: приливные силы как разность сил, действующих на крайние точки и на центр тела. Это объясняет почему приливных «горба» два. Приливные силы можно интерпретировать как отклонение поля тяготения в окрестностях тела под влиянием гравитации другой тяготеющей массы, такое отклонение для любой точки окрестности тела массы  $m$  может быть получено вычитанием векторов ускорения свободного падения в этой точке и вектора ускорения свободного падения, вызванного массой  $m$ . Приливные силы растягивают тело в направлении, параллельном направлению гравитации, и сжимают его в перпендикулярном направлении.



Приливы вызываются притяжением вод мирового океана Луной и Солнцем. Один приливной «горб» образуется в направлении Луны, другой – с противоположной стороны земного шара. Высота солнечных приливов меньше лунных примерно в два раза. В фазе новолуния направления на Луну и на Солнце совпадают, в фазе полнолуния – противоположны. В обоих случаях «горбы» от лунного и солнечного приливов алгебраически складываются. Хотя для земного шара величина силы тяготения Солнца почти в 200 раз больше, чем силы тяготения Луны, приливные силы, порождаемые Луной, почти вдвое больше порождаемых Солнцем. Это происходит из-за того, что приливные силы зависят не от величины гравитационного поля, а от степени его неоднородности. При увеличении расстояния от источника поля неоднородность уменьшается быстрее, чем величина самого поля. Поскольку Солнце почти в 400 раз дальше от Земли, чем Луна, то приливные силы, вызываемые солнечным притяжением, оказываются слабее.



Приливы и отливы важны, например, для судоходства. При прохождении через фарватер или узкие проливы нужно учитывать это явление. Для моряков составляются специальные таблицы. Да и вообще, без приливов жизнь на земле могла так и не выйти на поверхность суши и эволюция пошла бы по-другому.

Приливы оказывают действие не только на мировой океан. Земная кора тоже немного приподнимается и опускается (десятки миллиметров), что можно зафиксировать с помощью точных GPS датчиков. Еще Луна оказывает воздействие на уровень грунтовых вод.

#### Критерии оценивания:

Этап решения	Балл
Нарисована схема возникновения приливов	2
Обоснован механизм максимальных приливов	2
Приведены пример(ы) необходимости учета приливов	2
Приведены разумные рассуждения о возможности фиксации приливных эффектов не в прибрежных областях	2
<b>Итого</b>	<b>8</b>

#### Задача №4. «Лунный наблюдатель»

Обычный уличный фонарь, светящий во все стороны равномерно, виден с расстояния 20 км. Может ли наблюдатель, находящийся на Луне, невооруженным глазом заметить ночное освещение г. Челябинска, если в городе по ночам светит  $10^5$  фонарей? Как изменится ситуация с наблюдением ночного освещения г. Челябинска, если наблюдатель на Луне найдет телескоп с апертурой 60 см? Ответ поясните. Необходимые для решения константы можно найти в справочных материалах. Максимальный диаметр зрачка лунного наблюдателя принять равным 6 мм.

*Автор: Ловчиков Дмитрий Владимирович*

#### Решение:

1) По сравнению с предельным расстоянием видимости фонаря (20 км) Земля от Луны находится в 20 тыс. раз дальше. Значит свет каждого фонаря для лунного наблюдателя в 400 млн раз слабее предела видимости одного фонаря.

2) Скопление из 100 тыс. фонарей будет для лунного наблюдателя в 4 тыс. раз слабее «еле различимого фонаря». Значит невооруженным глазом с Луны по ночам этот район не виден.

3) У лунного наблюдателя зрачок расширяется до 6 мм в полной темноте. Диаметр объектива этого телескопа в 100 раз превышает диаметр зрачка лунного наблюдателя. Значит площадь объектива в 10 тыс. раз больше площади зрачка.

4) Если правильно подобрано увеличение телескопа, так, что весь собранный им свет попадает в зрачок наблюдателя, то «вооруженный» телескопом глаз становится в -10 тыс. раз чувствительнее невооруженного и теперь уже можно различить ночное освещение г. Челябинска.

#### Критерии оценивания:

Этап решения	Балл
1. Найдено во сколько раз свет одного фонаря меньше предела видимости невооруженного глаза	1
2. Вычислено во сколько раз скопление фонарей меньше предела видимости невооруженного глаза	1
3. Дан правильный ответ (с обоснованием или без него) на первый вопрос	1
4. Дана оценка соотношению апертуры телескопа и входного зрачка	1
5. Указана необходимость подбора окуляра для оптимального увеличения	2
6. Найдено во сколько раз вооруженный глаз будет чувствительнее невооруженного	1
7. Дан правильный ответ (с обоснованием или без) на второй вопрос	1
<b>Итого:</b>	<b>8</b>

### Задача №5. «Наблюдая Венеру...»

В телескоп с равнозрачковым увеличением проводится наблюдение Венеры, находящейся в наибольшей восточной элонгации. Угловой размер Венеры при наблюдении в такой телескоп оказывается равным угловому размеру Луны при ее наблюдении невооруженным глазом. Найти диаметр объектива телескопа, который используется для наблюдения. Считайте, что диаметр зрачка наблюдателя составляет 8 мм. Необходимые для решения константы можно найти в справочных материалах. Нарисуйте схему конфигурации.

Автор: Ловчиков Дмитрий Владимирович

#### Решение:

1. Найдем угловой размер Венеры в восточной элонгации, учитывая, что расстояние от Земли до Солнца приблизительно равно 150 млн км, а расстояние от Венеры до Солнца – 108 млн км.
2. Найдем расстояние от Земли до Венеры в конфигурации восточной элонгации по теореме Пифагора:

$$R = \sqrt{150^2 - 108^2} \text{ млн км} = 104 \text{ млн км}$$

3. Угловой размер какого-либо небесного объекта в угловых секундах можно найти по формуле:

$\alpha = \frac{D \cdot 206265}{R}$ , где D - линейный размер объекта; 206265 - количество угловых секунд в одном радиане; R - расстояние до объекта.

$$4. \text{ Угловые размеры Венеры } \alpha = \frac{D \cdot 206265}{R} = \frac{12103,6 \text{ км} \cdot 206265''}{104\,000\,000 \text{ км}} = 24''$$

5. Угловой диаметр Венеры в момент наибольшей элонгации составляет 24", а угловой диаметр Луны равен 30'. Увеличение телескопа составляет 75.

6. Увеличение телескопа в тоже время равно  $\Gamma = \frac{D}{d}$ , где D – апертура, а d- выходной зрачок.

7. Диаметр его объектива в 75 раза превышает диаметр зрачка глаза. Диаметр зрачка в темноте равен 8 мм, то есть апертура телескопа в диапазоне 60 см.



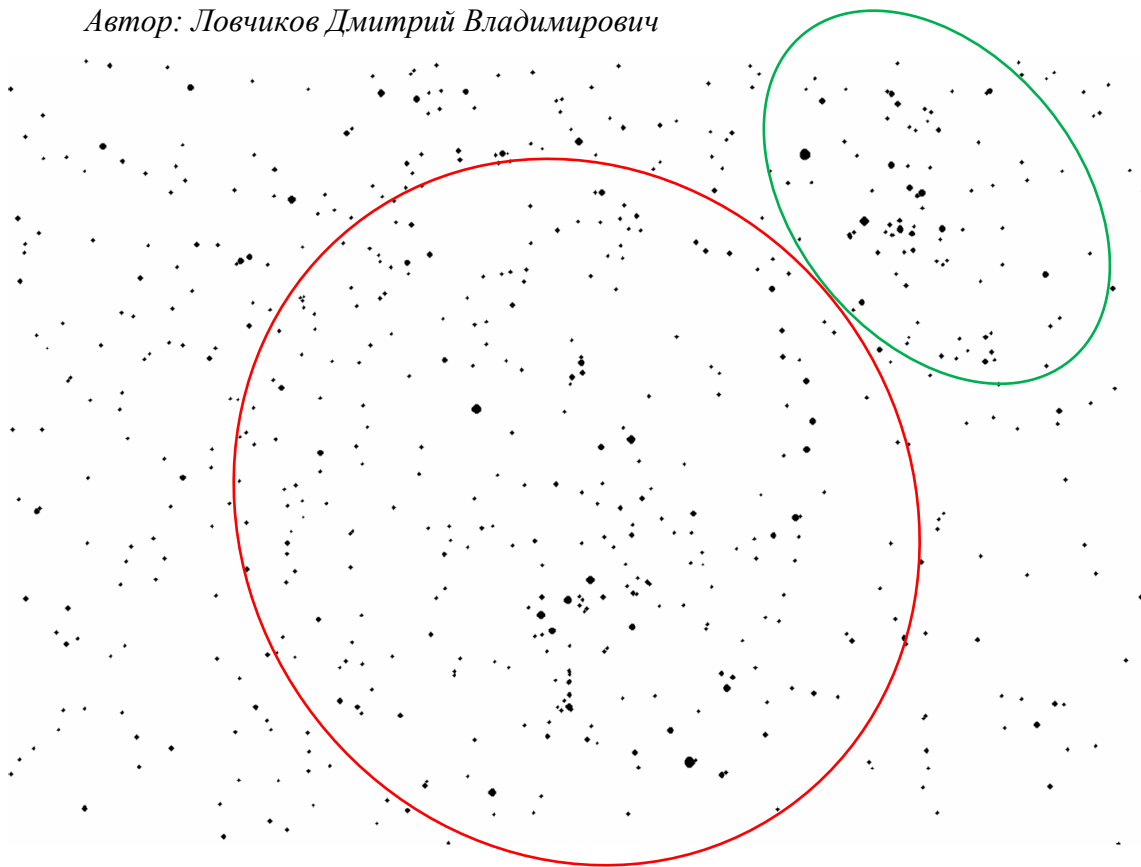
#### Критерии оценивания:

Этапы решения	Балл
1. Правильно нарисована схема конфигурации	2
2. Используются таблицы для нахождения расстояний Венера – Солнце и Земля – Солнце.	1
3. Найдено расстояние от Земли до Венеры	1
4. Найдены угловые размеры Венеры	1
5. Найдено увеличение, с которым мы видим Венеру	1
6. Записана формула для расчета углового увеличения телескопа через диаметр объектива и выходной зрачок	1
7. Найдено значение апертуры телескопа	1
<b>Итого</b>	<b>8</b>

### Задача №6. «Наблюдая звездное небо»

На приложенном рисунке приведен фрагмент звездной карты. Какое созвездие (созвездия) на нем изображено? Перечислите под рисунком, нарисуйте и подпишите на карте известные вам астрономические объекты, расположенные в указанной области. Соедините основные звезды, чтобы получить фигуру созвездия. Нарисуйте примерные границы созвездий.

*Автор: Ловчиков Дмитрий Владимирович*



На рисунке приведено созвездие Ориона (выделено красной окружностью). Ученик должен указать название созвездия, имена ярких звезд: Бетельгейзе, Ригель, Беллатрикс, нарисовать и подписать Большую туманность Ориона (M42), назвать астеризмы - пояс Ориона, меч Ориона. Можно поставить за указывание туманности «Факел», части созвездия Тельца (выделено зеленой окружностью), в котором видно Альдебаран.

#### Критерии оценивания:

Указаны объекты	Балл
1. Созвездие «Орион»	1
2. Созвездие «Телец»	1
3. Бетельгейзе	1
4. Ригель	1
5. Беллатрикс	1
6. Альдебаран	1
7. Пояс Ориона	1
8. Меч Ориона	1
<b>Итого</b>	<b>8</b>

При оценивании ставится по 1 баллу за каждый правильный ответ (можно воспользоваться картой звездного неба при проверке), но не более 8 баллов за задачу (т.е. если участник указал правильно более 8 элементов, он все равно получает 8 баллов).

## Справочная информация, разрешённая к использованию на олимпиаде

### Основные физические и астрономические постоянные

Гравитационная постоянная  $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$

Скорость света в вакууме  $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$

Постоянная Больцмана  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$

Универсальная газовая постоянная  $\mathcal{R} = 8,31 \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$

Постоянная Стефана—Больцмана  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$

Постоянная Планка  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$

Масса протона  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

Масса электрона  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$

Элементарный заряд  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

Астрономическая единица  $1 \text{ а.е.} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ м}$

Парсек  $1 \text{ пк} = 206\,265 \text{ а.е.} = 3,086 \cdot 10^{16} \text{ м}$

Постоянная Хаббла  $H = 72 \text{ (км/с)/Мпк}$

### Данные о Земле

Эксцентриситет орбиты 0,0167

Тропический год 365,24219 суток

Средняя орбитальная скорость 29,8 км/с

Период вращения 23 часа 56 минут 04 секунды

Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000 года:  $23^\circ 26' 21,45''$

Экваториальный радиус 6378,14 км

Полярный радиус 6356,77 км

Масса  $5,974 \cdot 10^{24} \text{ кг}$

Средняя плотность  $5,52 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$

Объёмный состав атмосферы:  $\text{N}_2$  (78%),  $\text{O}_2$  (21%),  $\text{Ar}$  (~1%).

### Данные о Солнце

Радиус 697 000 км

Масса  $1,989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$

Светимость  $3,88 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$

Спектральный класс G2

Видимая звёздная величина  $-26,78^{\text{m}}$

Абсолютная болометрическая звёздная величина  $+4,72^{\text{m}}$

Показатель цвета (B–V)  $+0,67^{\text{m}}$

Эффективная температура 5800 К

Средний горизонтальный параллакс  $8,794''$

Интегральный поток энергии на расстоянии Земли  $1360 \text{ Вт/м}^2$

Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли  $600 \text{ Вт/м}^2$

### Данные о Луне

Среднее расстояние от Земли 384 400 км

Минимальное расстояние от Земли 356 410 км

Максимальное расстояние от Земли 406 700 км

Средний эксцентриситет орбиты 0,055

Наклон плоскости орбиты к эклиптике  $5^\circ 09'$

Сидерический (звёздный) период обращения 27,321 662 суток

Синодический период обращения 29,530 589 суток



Радиус 1738 км

Период прецессии узлов орбиты 18,6 лет

Масса  $7,348 \cdot 10^{22}$  кг или  $1/81,3$  массы Земли

Средняя плотность  $3,34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$

Визуальное геометрическое альbedo 0,12

Видимая звёздная величина в полнолунии  $-12,7^m$

Видимая звёздная величина в первой/последней четверти  $-10,5^m$

#### ФИЗИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СОЛНЦА И ПЛАНЕТ

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометр. альbedo	Вид. звёздная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1,989 \cdot 10^{30}$	332946	697000	109,3	1,41	25,380 сут.	7,25	—	-26,8
Меркурий	$3,302 \cdot 10^{23}$	0,05271	2439,7	0,3825	5,42	58,646 сут.	0,00	0,10	-0,1
Венера	$4,869 \cdot 10^{24}$	0,81476	6051,8	0,9488	5,20	243,019 сут.**	177,36	0,65	-4,4
Земля	$5,974 \cdot 10^{24}$	1,00000	6378,1	1,0000	5,52	23,934 час	23,45	0,37	—
Марс	$6,419 \cdot 10^{23}$	0,10745	3397,2	0,5326	3,93	24,623 час	25,19	0,15	-2,0
Юпитер	$1,899 \cdot 10^{27}$	317,94	71492	11,209	1,33	9,924 час	3,13	0,52	-2,7
Сатурн	$5,685 \cdot 10^{26}$	95,181	60268	9,4494	0,69	10,656 час	26,73	0,47	0,4
Уран	$8,683 \cdot 10^{25}$	14,535	25559	4,0073	1,32	17,24 час**	97,86	0,51	5,7
Нептун	$1,024 \cdot 10^{26}$	17,135	24746	3,8799	1,64	16,11 час	28,31	0,41	7,8

\* – для наибольшей элонгации внутренних планет и среднего противостояния внешних планет.

\*\* – обратное вращение.

#### ХАРАКТЕРИСТИКИ ОРБИТ ПЛАНЕТ

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн км	а.е.				
Меркурий	57,9	0,3871	0,2056	7,004	87,97 сут.	115,9
Венера	108,2	0,7233	0,0068	3,394	224,70 сут.	583,9
Земля	149,6	1,0000	0,0167	0,000	365,26 сут.	—
Марс	227,9	1,5237	0,0934	1,850	686,98 сут.	780,0
Юпитер	778,3	5,2028	0,0483	1,308	11,862 лет	398,9
Сатурн	1429,4	9,5388	0,0560	2,488	29,458 лет	378,1
Уран	2871,0	19,1914	0,0461	0,774	84,01 лет	369,7
Нептун	4504,3	30,0611	0,0097	1,774	164,79 лет	367,5

#### ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕКОТОРЫХ СПУТНИКОВ ПЛАНЕТ

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометр. альbedo	Видимая звёздная величина*
<b>Земля</b>							
Луна	$7,348 \cdot 10^{22}$	1738	3,34	384400	27,32166	0,12	-12,7
<b>Марс</b>							
Фобос	$1,08 \cdot 10^{16}$	~10	2,0	9380	0,31910	0,06	11,3
Деймос	$1,8 \cdot 10^{15}$	~6	1,7	23460	1,26244	0,07	12,4
<b>Юпитер</b>							
Ио	$8,94 \cdot 10^{22}$	1815	3,55	421800	1,769138	0,61	5,0
Европа	$4,8 \cdot 10^{22}$	1569	3,01	671100	3,551181	0,64	5,3
Ганимед	$1,48 \cdot 10^{23}$	2631	1,94	1070400	7,154553	0,42	4,6
Каллисто	$1,08 \cdot 10^{23}$	2400	1,86	1882800	16,68902	0,20	5,7



<b>Сатурн</b>							
Тефия	$7,55 \cdot 10^{20}$	530	1,21	294660	1,887802	0,9	10,2
Диона	$1,05 \cdot 10^{21}$	560	1,43	377400	2,736915	0,7	10,4
Рея	$2,49 \cdot 10^{21}$	765	1,33	527040	4,517500	0,7	9,7
Титан	$1,35 \cdot 10^{23}$	2575	1,88	1221850	15,94542	0,21	8,2
Япет	$1,88 \cdot 10^{21}$	730	1,21	3560800	79,33018	0,2	~11,0
<b>Уран</b>							
Миранда	$6,33 \cdot 10^{19}$	235,8	1,15	129900	1,413479	0,27	16,3
Ариэль	$1,7 \cdot 10^{21}$	578,9	1,56	190900	2,520379	0,34	14,2
Умбриэль	$1,27 \cdot 10^{21}$	584,7	1,52	266000	4,144177	0,18	14,8
Титания	$3,49 \cdot 10^{21}$	788,9	1,70	436300	8,705872	0,27	13,7
Оберон	$3,03 \cdot 10^{21}$	761,4	1,64	583500	13,46324	0,24	13,9
<b>Нептун</b>							
Тритон	$2,14 \cdot 10^{22}$	1350	2,07	354800	5,87685**	0,7	13,5

\* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет.

\*\* – обратное направление вращения.

### ФОРМУЛЫ ПРИБЛИЖЁННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(\alpha + x) \approx \sin \alpha + x \cos \alpha;$$

$$\cos(\alpha + x) \approx \cos \alpha - x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + x) \approx \operatorname{tg} \alpha + \quad ;$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx$$

( $x \ll 1$ , углы выражаются в радианах).