9 класс

1. Движение стрелок можно уподобить движению двух планет, расположенных на различных орбитах и обращающихся вокруг Солнца с разными угловыми скоростями. Соответственно, к стрелкам часов можно применить уравнения синодического движения планет.

   Пусть S – искомый период, по истечении которого стрелки часов сравниваются между собой на циферблате; T_h – период оборота часовой стрелки (43 200 секунд); T_m – период оборота минутной стрелки (3 600 секунд); T_s – период оборота секундной стрелки (60 секунд).

Уравнение синодического движения для секундной и минутной стрелок будет иметь вид:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_S} - \frac{1}{T_m}$$

Тогда искомый период составит:

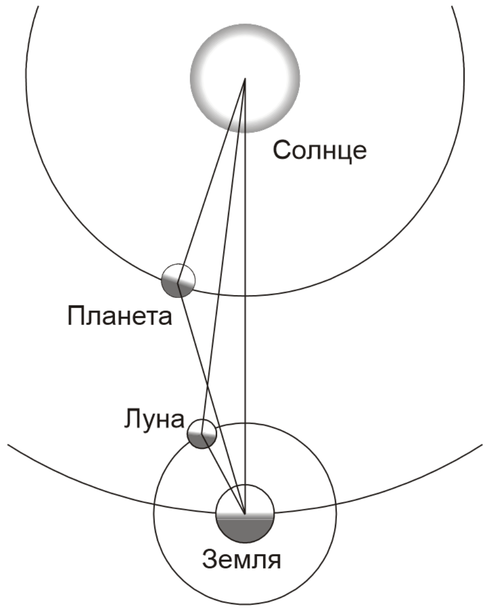
$$S = \frac{Ts\,Tm}{Ts - Tm} = \frac{3600 \bullet 60}{3600 - 60} = 61{,}02 \text{ сек}$$

Аналогично для минутой и часовой стрелок:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_m} - \frac{1}{T_h}$$

$$S = \frac{Th\,Tm}{Th - Tm} = \frac{43200 \bullet 3600}{43200 - 3600} = 3927{,}27 \text{ сек}$$

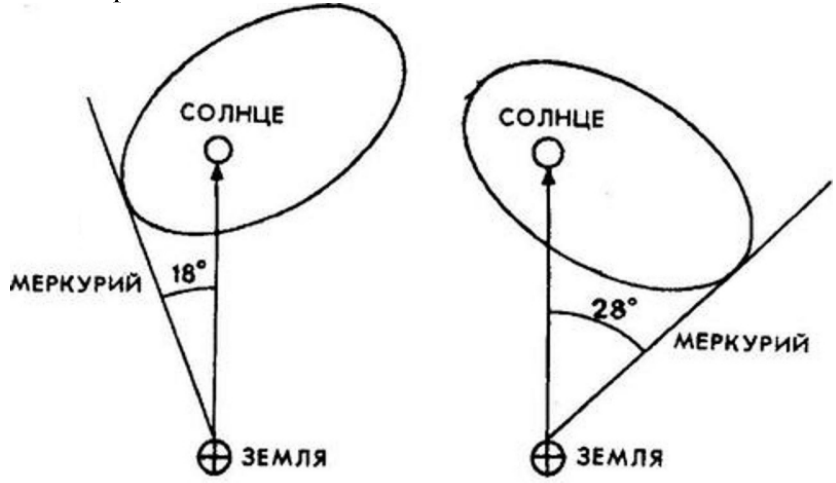
2. Как известно, большие тела Солнечной системы (планеты, крупные спутники планет) имеют форму, близкую к сферической. Выглядеть как серп они могут в том случае, если большая часть их полушария, обращенного к Земле, не освещена Солнцем. Самый известный пример - Луна, когда она располагается чуть ближе к Солнцу, чем Земля (см. рисунок). Так же в виде серпа могут выглядеть и некоторые планеты. Но, как видно из рисунка, эти планеты должны располагаться ближе к Солнцу, чем Земля. Таких планет в Солнечной системе две - Меркурий и Венера. Другие тела Солнечной системы, которые могут оказаться внутри орбиты Земли - мелкие астероиды - в расчет не берутся, так как даже при наблюдении в телескоп с Земли они выглядят точечными объектами, и их фаза незаметна. Итак, ответ задания - Луна, Меркурий и Венера.



3. Годичным параллаксом звезды называется угол, под которым с нее виден радиус земной орбиты. Горизонтальный параллакс небесного светила, в свою очередь, равен углу, под которым с этого светила наблюдается радиус Земли. Исходя из этого, горизонтальный параллакс альфа Кентавра будет меньше ее годичного параллакса во столько раз, во сколько раз радиус земной орбиты больше радиуса Земли:

$$\pi_{\text{горизонт}} = \pi_{\text{годичн}} \bullet \frac{R_{\text{Земли}}}{A_{\text{земн. обиты}}} = 0{,}75\,'' \bullet \frac{6371\ \text{км}}{1{,}496 \bullet 10^{8}\ \text{км}} = 3{,}2 \bullet 10^{-5}\,''$$

4. Очевидно, что 18-градусная наибольшая элонгация Меркурия имеет место, когда он расположен в перигелии своей орбиты, а 28-градусная, когда Меркурий находится в афелии.



При этом перигелийное **q** и афелийное **Q** расстояния Меркурия от Солнца в эти моменты времени будут выражаться следующими равенствами:

$$q = a_o \cdot \sin e_q \qquad (1)$$
$$Q = a_o \cdot \sin e_Q$$

где $\mathbf{a_o}$ – радиус земной орбиты; $\mathbf{e_q}$ – 18-градусная перигелийная элонгация Меркурия; $\mathbf{e_q}$ – 28-градусная афелийная элонгация Меркурия.

Если радиус земной орбиты принять за единицу, т.е. перигелийное и афелийное расстояния Меркурия выражать в астрономических единицах, то выражения (1) примут более простой вид:

$$\begin{aligned} q &= \sin e_q \\ Q &= \sin e_Q \end{aligned} \qquad (2)$$

Перигелийное и афелийное расстояния планеты связаны с большой полуосью **a** и эксцентриситетом **e** ее орбиты следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} q &= a(1-e) \\ Q &= a(1+e) \end{aligned}$$

Откуда:

$$\frac{Q}{q} = \frac{1+e}{1-e}$$

$$e = \frac{Q-q}{Q+q}$$

С учетом равенств (2) последнее выражение примет вид:

$$e = \frac{\sin e_Q - \sin e_q}{\sin e_Q + \sin e_q}$$

Откуда эксцентриситет орбиты Меркурия будет равен:

$$e = \frac{\sin 28° - \sin 18°}{\sin 28° + \sin 18°} \approx 0,206$$

5. Из условия задачи следует, что в начальный момент времени 99 масс Солнца приходилось на водород, а 1 масса Солнца на межзвездную пыль. В конечный момент времени масса пыли в облаке стала составлять 2%, как это опять же следует из условия задачи. При этом общая масса пыли так и осталась составлять 1 массу Солнца, т.к. пыль не покидает облако, и ее масса в нем всегда остается постоянной. Таким образом, конечную массу межзвездного облака из следующей пропорции:

$$0,02 \;—\; M_{\text{Солнца}}$$

$$1 \;—\; M_{\text{облака}}$$

Откуда конечная масса межзвездного облака равна:

$$M_{\text{облака}} = \frac{1\ M_{\text{Солнца}}}{0,02} = 50 \text{ масс Солнца}$$

6. Чем больше прямое восхождение небесного светила, тем позднее оно кульминирует. Таким образом, звезды пересекают небесный меридиан в следующей последовательности в зависимости от их прямого восхождения: $\alpha=01^h$, 02^h, 03^h, …, 22^h, 23^h, 00^h, 01^h, 02^h, 03^h и т.д.

В результате вторая звезда кульминирует через 4 часа по звездному времени позже первой звезды. Осталось теперь только выразить данный временной интервал в единицах среднего солнечного времени. Средние солнечные сутки содержат в себе 86 400 секунд, а звездные сутки – 86 164 секунд. Таким образом, коэффициент для перевода интервала звездного времени в интервал среднего солнечного времени равен:

$$k = \frac{86164}{86400} \approx 0{,}99727$$

Искомый же интервал времени составит:

$$\Delta t = 04^h \cdot k = 03^h 59^m 21^s$$