

9 класс.

1. Около 3 тысяч лет назад в день летнего солнцестояния полуденное зенитное расстояние Солнца в одном из мест земной поверхности было $26^{\circ}15'$ (к югу от зенита), а в день зимнего солнцестояния полуденная высота Солнца над южным горизонтом равнялась $+16^{\circ}03'$. Вычислить наклонение эклиптики к небесному экватору в ту эпоху.

Решение. Кульминация Солнца в летнее солнцестояние происходит к югу от зенита, следовательно, широта места ϕ больше угла наклона экватора к эклиптике на тот момент ε . Значения высоты Солнца в верхней кульминации в летнее и зимнее солнцестояние выражаются формулами:

$$h_1 = 90^{\circ} - \phi + \varepsilon,$$

$$h_2 = 90^{\circ} - \phi - \varepsilon.$$

По условию задачи, величина h_1 равна $63^{\circ}45'$ (90° минус зенитное расстояние), а величина h_2 составляет $16^{\circ}03'$. Отсюда получаем значение наклона экватора к эклиптике:

$$\varepsilon = (h_1 - h_2)/2 = 23^{\circ}51'$$

2. Некий астероид вращается вокруг Солнца по круговой орбите в плоскости эклиптики. В середине ноября этого года он вступил в противостояние с Солнцем. Предыдущее противостояние этого астероида наблюдалось в ноябре 1961г. Определите расстояние между Землей и астероидом во время противостояния. Орбиту Земли считать круговой, взаимодействие астероида с Землей не учитывать.

Решение. Синодический период астероида S составляет ровно 59 лет, при этом он внешний, радиус его орбиты больше 1 а.е. Такое может быть, только если астероид обращается вокруг Солнца в том же направлении, что и Земля, а период обращения T связан с периодом обращения Земли T_0 соотношением:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{S}$$

Отсюда получаем, что период обращения астероида составляет 1.0172 года. По III закону Кеплера получаем, что радиус орбиты астероида равен 1.0115 а.е. В момент противостояния астероид находился $1\text{ а.е.} - 1.0115\text{ а.е.} = 0,0115\text{ а.е.}$ или в 1.7 млн км от Земли.

3. Пароход отправился из Неаполя 1 февраля 1900 года и прибыл в Новороссийск 25 января 1900 года. Определите среднюю скорость парохода в километрах в час, если он находился в плавании целое число суток. Расстояние, пройденное пароходом, равно 3000 км.

Решение. Очевидно, что дата прибытия меньше, чем дата отправления, потому что в это время в Италии уже использовался григорианский календарь, а Российская империя всё ещё жила по юлианскому календарю, т. н. старому стилю. Отличие григорианского летоисчисления от юлианского в том, что если номер года кратен 100 и не кратен 400, то он не является високосным.

1900 год как раз относится к таким. Сейчас разница между юлианским и григорианским календарями составляет 13 дней. Но до 13 марта 1900 года по григорианскому календарю (29 февраля 1900 года по юлианскому) эта разница составляла всего 12 дней. Значит, по юлианскому календарю пароход отправился из Неаполя 20 января, а, следовательно, в плавании он находился 5 дней, или 120 часов. Тогда его средняя скорость равна $v = 3000 \text{ км} / 120 \text{ часов} = 25 \text{ км/ч}$.

4. Когда световой день в Якутске был (или будет) длиннее: 23 сентября 2020 года или 23 сентября 2021 года? Ответ обоснуйте.

Решение. Обычный календарный год примерно на четверть суток короче, чем тропический. Поэтому за календарный год Солнце чуть-чуть не успевает завершить круг своего годовичного перемещения по небесной сфере. Но 2020 год – високосный. Он на сутки длиннее обычного года и на $3/4$ суток длиннее тропического. Значит, спустя високосный год Солнце пройдёт полный круг по небу и ещё немного. В сентябре склонение Солнца непрерывно уменьшается. Из-за этого оно каждый день восходит несколько позже, а заходит – раньше, чем накануне. Спустя високосный (т. е. более длинный) год Солнце окажется немного южнее, чем это будет 23.09.2021, а значит, продолжительность светового дня окажется немного меньше.

5. Человек, стоящий на экваторе Земли, движется с некоторой скоростью относительно центра Земли. Космонавт, стоящий на экваторе Луны, движется с некоторой скоростью относительно центра Луны. Какая из этих двух скоростей больше и во сколько раз, если известно, что радиус Луны в 4 раза меньше радиуса Земли?

Решение. Движение стоящего на экваторе человека относительно центра планеты возникает вследствие вращения этой планеты вокруг своей оси. Каждая точка экватора планеты, совершая полный оборот в 360° , проходит при этом путь, равный длине окружности экватора $L = 2\pi R$, где R — радиус планеты. Так как радиус Луны в 4 раза меньше радиуса Земли, то и длина окружности экватора Луны в 4 раза меньше длины экватора Земли. Земля делает полный оборот вокруг своей оси за 1 сутки, а Луна — за 27.3 суток (можно округлить до 30). Таким образом, точка на экваторе Земли проходит в 4 раза больший путь за примерно в 30 раз меньшее время. Следовательно, скорость, с которой человек, стоящий на экваторе Земли, движется относительно ее центра, примерно в 120 раз больше аналогичной скорости для Луны.

б. Астроном, находящийся в Петербурге, наблюдает некоторую звезду в зените. Другой астроном, в другом городе, в тот же момент наблюдает ту же звезду около горизонта. Оцените расстояние между городами. На каких материках может находиться второй город?

Решение. Поскольку оба астронома наблюдают одну и ту же далекую звезду (отметим, что звезда не может быть Солнцем — в Петербурге оно в зените не

бывает), то направление на нее из обоих городов должно совпадать. Однако в Петербурге это направление совпадает с направлением радиуса Земли, проведенного к городу, а в другом городе — перпендикулярно ему. Следовательно, радиусы, проведенные к Петербургу и другому городу, должны быть перпендикулярны друг другу. Поскольку Земля — шар, это означает, что расстояние между городами составляет четверть окружности Земли, т.е. около 10 тысяч километров. Кроме этого, можно заметить, что оба астронома наблюдали звезду одновременно. Отсюда можно сделать вывод, что оба города находятся примерно на одном и том же меридиане, иначе, когда в одном из них темно, в другом будет светло, и наблюдать звезды будет невозможно. Вспомнив, как выглядит карта Земли, можно понять, что возможный материк только один — Африка.