

10 класс

Задание 1.

В некоторых средствах массовой информации сообщалось, что 27 августа Марс будет виден на небе, как две Луны. Оцените, каким должно быть расстояние до Марса, чтобы его площадь на небе в 2 раза превышала площадь полной Луны.

Среднее расстояние от Земли до Луны – 384 000 км, диаметр Луны – 3480 км, диаметр Марса – 6790 км.

Решение.

Пусть D – диаметр Марса (или Луны), а R – расстояние до Марса (или Луны).

Тогда угловой размер ρ Марса (или Луны) можно определить из уравнения:

$$\operatorname{tg} \frac{\rho}{2} = \frac{D}{2R}.$$

Принимая во внимание малость угла ρ , тангенс угла можно заменить самим углом, выраженным в радианах. Отсюда получаем:

$$R = \frac{D}{\rho}.$$

Для того чтобы площадь Марса на небе была вдвое больше площади полной Луны, видимый диаметр Марса должен быть в $\sqrt{2}$ раз больше диаметра Луны. Отсюда получаем расстояние до Марса:

$$R_M = 2^{-1/2} R_L \frac{D_M}{D_L} = \frac{384 \cdot 6,79}{\sqrt{2} \cdot 3,48} \approx 530.$$

Марс должен быть на расстоянии ближе, чем 530 тыс. км. В действительности Марс никогда не подходит к Земле ближе, чем на 54,6 млн км.

Критерии оценивания (максимум – 8 баллов).

Задачу можно условно разбить на 3 этапа. Во-первых, надо найти зависимость углового размера Марса (или Луны) от размера и расстояния до него. Во-вторых, надо понимать, что изменение диаметра окружности в k раз приводит к изменению площади в k^2 раз, и наоборот. Оба этих этапа оцениваются в 3 балла. Финальный подсчёт оценивается еще в 2 балла.

Задание 2.

Определите длину L тени, отбрасываемой вертикальной мачтой высотой $H = 8$ м на горизонтальную палубу корабля в местный солнечный полдень 21 декабря в Петербурге ($\varphi = 60^\circ$ с. ш.).

Решение.

21 декабря Солнце проходит точку зимнего солнцестояния, его склонение $\delta_{\text{солнце}} = -23^\circ 26'$. Можно округлить до $23^\circ,5$. В полдень, в момент верхней кульминации высота Солнца над горизонтом составит $h_0 = 90^\circ - \varphi + \delta_{\text{солнца}} = 90^\circ - 60^\circ - 23^\circ,5 = 6^\circ,5$. Если светило принять за бесконечно

удалённый точечный источник, то длина тени вдоль поверхности составила бы $H / \operatorname{tg} h_{\text{солнце}} \sim 8,7H \sim 70$ м.

Критерии оценивания (максимум – 8 баллов).

Правильный ответ с анализом и вычислениями – 8 баллов.

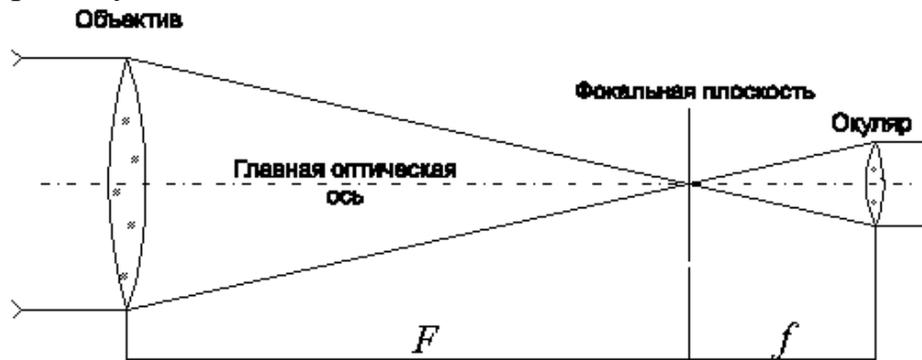
Правильный ответ с анализом без вычислений – 6 баллов.

За разумные идеи – до 3 баллов.

Задание 3.

Вам дана схема классического телескопа рефрактора и формула увеличения $\Gamma = F/f = D/d$, D – диаметр объектива телескопа (входного пучка), F – фокусное расстояние объектива, f – фокусное расстояние окуляра, D – диаметр входного пучка, d – диаметр выходного пучка. Оптическая сила объектива 1 дптр, а окуляра — 100 дптр. Определите:

- 1) Чему равна общая длина трубы телескопа?
- 2) Чему равно увеличение этого телескопа?



Решение.

На первом этапе нужно вспомнить взаимосвязь между оптической силой линзы и ее фокусным расстоянием: $D = 1/F$.

Получаем, что фокусное расстояние объектива $F = 1$ метр.

Фокусное расстояние окуляра $f = 1/100 = 1$ см.

Из рисунка видно, что фокальная плоскость объектива совпадает с фокальной плоскостью окуляра. Следовательно, полная длина телескопа, составляет $1 \text{ м} + 1 \text{ см} = 1,01 \text{ м}$.

Увеличение телескопа рассчитывается из формулы $\Gamma = F/f = D/d$. Мы уже знаем фокусные расстояния объектива и окуляра, и получаем, что увеличение $\Gamma = 100$.

Критерии оценивания (максимум – 8 баллов).

Связь оптической силы и фокусного расстояния линзы – 1 балл.

Определение фокусных расстояний объектива и окуляра – по 1 баллу за каждый (итого 2 балла).

Определение длины телескопа 1,01 метра – 2 балла.

Определение увеличения телескопа – 3 балла.

Задание 4.

Разность звездных величин двух звезд одинаковой светимости равна 5^m . Во сколько раз одна из них дальше другой?

Решение.

Известно, что, если разность звездных величин звезд равна 5, то одна из них ярче другой в 100 раз. Так как светимость звезд одинакова, различие в яркости обусловлено тем, что одна (более слабая) находится дальше от наблюдателя, чем другая. Звезда – практически сферически-симметричный объект и равномерно излучает во всех направлениях. Вся энергия, излученная звездой, равномерно распределяется по площади воображаемой сферы, на поверхности которой находится наблюдатель. Чем больше радиус этой сферы, т.е. расстояние от звезды до наблюдателя, тем больше площадь и тем меньшая энергия излучения приходится на единицу этой площади. Так как площадь сферы пропорциональна квадрату ее радиуса, то энергия, приходящая за единичное время на площадку единичной площади от звезды E , обратно пропорциональна квадрату расстояния r до нее, т.е. $E \approx 1/r^2$. Отсюда следует, что $r \approx \frac{1}{\sqrt{E}}$ и, таким образом, одна звезда дальше другой в $\sqrt{100} = 10$ раз.

Критерии оценивания (максимум – 8 баллов).

Правильный ответ с анализом и вычислениями – 8 баллов.

Правильный ответ с анализом без вычислений – 6 баллов.

За разумные идеи – до 3 баллов.

Задание 5.

На фото показан трек Марса вблизи величайшего противостояния 2003 года. Наблюдалось ли в момент противостояния с Марса прохождение Земли по диску Солнца?



Решение.

Чтобы с Марса в момент противостояния наблюдалось прохождение Земли по диску Солнца, необходимо, чтобы Марс находился бы в плоскости

эклиптики. Но в этом случае для земного наблюдателя трек Марса имел бы вид отрезка, а не петли. Следовательно, прохождения не наблюдалось.

Критерии оценивания (максимум – 8 баллов).

Если ответ дан без объяснения, то оценка не может превышать двух баллов. Ключевым фактором правильного решения является понимание того, что орбиты планет лежат в разных плоскостях, а петли в видимом движении планет возникают из-за того, что мы смотрим на участок орбиты немного сверху или снизу.

Задание 6.

Спутник с диаметром 13 км вращается вокруг астероида с диаметром 215 км по почти круговой орбите радиусом 1190 км и совершает полный оборот за 4,7 суток. Определите, с помощью этих данных плотность астероида. Из какого вещества, по Вашему мнению, он может состоять?

Решение.

Плотность астероида можно определить, пользуясь стандартным соотношением $\rho = M/V$, где M – масса астероида, V — его объём. Считая астероид шаром радиусом R , имеем $V = 4\pi R^3/3$. Таким образом, для определения плотности астероида необходимо определить его массу M . Для этого рассмотрим систему «астероид-спутник». На спутник с массой m в поле силы тяжести астероида действует сила:

$$F = G \frac{Mm}{r^2},$$

где $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н м}^2 \text{ кг}^{-2}$ – гравитационная постоянная, r — расстояние между центрами астероида и спутника (совпадает с радиусом орбиты спутника). С другой стороны, для спутника, вращающегося по круговой орбите радиусом r , II закон Ньютона даёт $F = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$.

Мы учли, что центростремительное ускорение спутника равно

$$a_{ц} = \frac{v^2}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 \frac{1}{r} = \frac{4\pi^2}{T^2} r$$

Отсюда $\frac{r^3}{T^2 M} = \frac{G}{4\pi^2}$. Окончательно $\rho = \frac{3\pi}{GT^2} \left(\frac{r}{R}\right)^3 \approx 1160 \text{ кг/м}^3$.

Плотность астероида оказалась ненамного больше плотности воды. Такой астероид может иметь пористое строение либо состоять из водяного льда с небольшой примесью камней.

Критерии оценивания (максимум – 8 баллов).

Правильный ответ с анализом и вычислениями – 8 баллов.

Правильный ответ с анализом без вычислений – 6 баллов.

За разумные идеи – до 3 баллов.