10 класс

1.Высота противосияния

Противосияние является частью т.н. зодиакального света, возникающего в результате рассеяния солнечного света пылевыми частицами межпланетной среды. Наблюдать противосияние можно только на очень темном безлунном ночном небе как крайне тусклое пятно, расположенное в области небесной сферы, диаметрально противоположной текущему положению Солнца на небосводе. На какой высоте над горизонтом происходит верхняя кульминация верхнего и нижнего края противосияния 21 июня в г.Кострома (φ=57°46' с.ш., λ=40°56' в.д.)? В какое время происходит эта кульминация по местному среднему солнечному времени? Можно ли наблюдать противосияние в этот день где-нибудь в Костромской области? Видимый диаметр противосияния принять равным 10°. Уравнение времени в этот день $\eta=+2^m$. Атмосферную рефракцию не учитывать.

Решение:

Как известно, 21 июня – это день летнего солнцестояния. Склонение Солнца в этот день равно δ=+23°27'. Т.к. противосияние располагается в диаметрально противоположной Солнцу точке небесной сферы, то это положение соответствует области неба, в которой Солнце находится в день зимнего солнцестояния. Таким образом, 21 июня склонение центра противосияния равно δ=−23°27'.

Верхняя кульминация центра противосияния в г.Кострома в этот день происходит к югу от зенита на высоте:

$$\mathbf{h = 90° - \varphi + \delta = 90° - 57°46' - 23°27' = 8°47'}$$

Полученная высота для центра противосияния является средней. Высота верхнего края противосияния будет больше средней на величину его видимого радиуса (r~5°). Высота же нижнего края противосияния на такую же величину окажется меньше средней. Таким образом:

$$\mathbf{h_в = 8°47' + 5° = 13°47'}$$

$$\mathbf{h_н = 8°47' - 5° = 3°47'}$$

В момент верхней кульминации противосияния Солнце располагается в нижней кульминации, когда местное истинное солнечное время, соответственно, равно 24^h или 0^h. Среднее солнечное время равно истинному солнечному времени плюс уравнение времени:

$$\mathbf{T_{средн} = T_{истин} + \eta = 00^h00^m + 2^m = 00^h02^m}$$

21 июня в Костромской области и даже заметно южнее ее в течение всей ночи господствуют сплошные сумерки, а небо все время остается достаточно светлым. В итоге увидеть противосияние в это время у нас никак не получится.

2. «Нейтринный блеск» Солнца

Энергия в недрах Солнца выделяется в основном в результате так называемого протон-протонного (водородного) цикла, в результате которого четыре ядра водорода (протона) в результате определенной последовательной цепочки реакций превращаются в одно ядро гелия (альфа-частицу). В ходе каждой подобной реакции выделяется энергия электромагнитного излучения порядка $4{,}12\cdot10^{-12}$ Дж, а также испускаются два нейтрино, которые практически беспрепятственно покидают пределы Солнца и уносятся в окружающее космическое пространство. Оцените, какое количество нейтрино ежесекундно пролетает через квадратный метр земной поверхности, ориентированной в данный момент перпендикулярно направлению на Солнце. Радиус орбиты Земли принять равным 150 млн. км. Светимость Солнца равна $3{,}828\cdot10^{26}$ Вт.

Решение:

Определим, сколько в ядре Солнца в среднем за секунду происходит реакций превращения четырех протонов в одно ядро гелия, для чего просто поделим светимость Солнца на энерговыделение одной цепочки реакций, которое нам дано по условию задачи.

$$\mathbf{N_{reactions}} = \frac{\mathbf{L_{Sun}}}{\mathbf{E_o}} = \frac{\mathbf{3{,}828 \cdot 10^{26}}}{\mathbf{4{,}12 \cdot 10^{-12}}} \sim \mathbf{9 \cdot 10^{37}}$$

Т.к. в ходе каждой такой реакции выделяется два нейтрино, то общее количество нейтрино, вырабатываемых в недрах Солнца за секунду, будет равно удвоенному количеству таких реакций.

$$\mathbf{N_{neutrino}} = \mathbf{2 \cdot N_{reactions}} \sim \mathbf{1{,}8 \cdot 10^{38}}$$

Вырабатываемое в солнечном ядре нейтрино, как и электромагнитное излучение, испускается Солнцем изотропно, т.е. равномерно во всех направлениях. Соответственно, то количество этих частиц, которое испускается нашей звездой за одну секунду, можно мысленно равномерно распределить по площади сферы, радиус которой равен радиусу земной орбиты.

Тогда искомая величина составит:

$$E_{neutrino} = \frac{N_{neutrino}}{4\pi R^2} = \frac{1{,}8 \cdot 10^{38}}{4\pi \left(1{,}5 * 10^{11}\right)^2} \sim 6 \cdot 10^{14} \quad \text{нейтрино/(м}^2 \cdot \text{сек)}$$

<u>3. Средняя глубина Мирового океана</u>

Масса Мирового океана Земли составляет порядка $1{,}4 \cdot 10^{21}$ кг, а его средняя плотность 1024 кг/м^3. При этом Мировой океан покрывает около 70% земной поверхности. Исходя из этих данных, оцените среднюю глубину Мирового океана Земли.

<u>Решение:</u>

Площадь земной поверхности, занимаемая Мировым океаном, составляет:

$$\mathbf{S = 4\pi R^2 k}$$

где **R** – радиус Земли, а **k** – коэффициент, показывающий, какую долю поверхности Земли покрывает собой океан, и составляющий по условию задачи 0,7.

Очевидно, что объем Мирового океана можно определить следующим образом:

$$\mathbf{V = \frac{m}{\rho} = Sh}$$

где **m** – масса Мирового океана, **ρ** – его средняя плотность, а **h** – средняя глубина Мирового океана, которую и требуется найти. Здесь в последнем равенстве принимается, что толщина водной оболочки Земли намного меньше размера нашей планеты.

Выразив **h** из последнего выражения и подставив имеющиеся численные данные, получим:

$$h = \frac{m}{S\rho} = \frac{m}{4\pi R^2 k\rho} \approx 3{,}8 \text{ км}$$

<u>*4.Температуры планет*</u>

Температуры на поверхности Венеры достигает +460°С, а средняя температура вблизи поверхности Земли составляет +15°С. Во сколько раз абсолютная температура венерианской поверхности больше средней температуры земной поверхности?

<u>Решение:</u>

В условии задачи обе температуры даны по шкале Цельсия, которая является относительной, и поэтому если просто сразу поделить одно значение на другое, получив тем самым +460°С/+15°С=30,6 раз, то это будет неверным ответом. Для сравнения нам сначала необходимо перевести рассматриваемые температуры в абсолютную шкалу Кельвина и уже после этого выполнять деление.

Таким образом, имеем: (460+273) / (15+273) = 733/288=2,5 раза.

5. Солнце в зените и надире

Весеннее равноденствие 2021г. произошло 20 марта в 09:37 по всемирному времени. Найдите географические координаты пунктов на земной поверхности, где Солнце в этот момент было в зените и надире. Уравнение времени в этот день было равно $\eta = +7$ m.

Решение:

Проще всего сначала определить широты этих мест. Т.к. в момент равноденствия центр Солнца оказывается в плоскости земного экватора, то очевидно, что широты искомых пунктов равны нулю, т.е. они располагаются на экваторе нашей планеты.

Теперь найдем долготу места, где Солнце в момент равноденствия располагалось в зените. Среднее солнечное время $\mathbf{T_{ср}}$ какого-либо меридиана с долготой $\boldsymbol{\lambda}$ равно:

$$\mathbf{T_{ср} = T_o + \lambda}$$

где $\mathbf{T_o}$ – всемирное время.

Истинное солнечное время $\mathbf{T_{ист}}$ связано со средним солнечным временем следующим соотношением:

$$\mathbf{T_{ист} = T_{ср} - \eta}$$

где $\boldsymbol{\eta}$ – уравнение времени.

С учетом первого выражения, второе равенство можно представить в виде:

$$\mathbf{T_{ист} = T_o + \lambda - \eta}$$

В нашем искомом пункте с долготой $\boldsymbol{\lambda}$ Солнце должно находиться в верхней кульминации, т.е. на этом меридиане истинное солнечное время должно быть равно точно 12 часам. С учетом этого выразим долготу из последней формулы и найдем ее значение:

$$\mathbf{\lambda = 12^h - T_o + \eta = 12^h - 09^h\,37^m + 7^m = 02^h\,30^m = 37{,}5° \text{ в.д.}}$$

В надире в этот момент Солнце будет в диаметрально противоположной по долготе точке земного шара, т.е. на 142,5° з.д.

6. Скорость на Меркурии

Масса Меркурия равна $3{,}33 \cdot 10^{23}$кг., а длина экватора составляет 15329 км. Какую минимальную скорость нужно сообщить телу, на Меркурии, чтобы это тело стало искусственным спутником? Меркурий можно считать идеальным шаром.

Решение:

Дано:
$M = 3{,}33 \times 10^{23}$ кг
$l = 15329$ км

$v_1 - ?$

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

$$l = 2\pi R \quad R = \frac{l}{2\pi}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\pi GM}{l}} = \sqrt{\frac{2\pi \times 6{,}67 \times 10^{-11} \times 3{,}33 \times 10^{23}}{15329000}} \approx 3 \text{ км/с}$$