Районный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии
Санкт-Петербург

2021

13 ноября

10 класс

1. Звезда HIP48752 находится в южном полюсе Мира на расстоянии 800 световых лет от Солнца. Звезда HIP9827 имеет склонение $\delta = 0°$ и расположена на расстоянии 600 световых лет от Солнца. Сколько времени идет свет от первой звезды до второй?

Решение:

Для успешного решения задачи нужно понять, что $\delta = 0°$ означает, что звезда находится на небесном экваторе, то есть угол между двумя указанными звездами для наблюдателя с Земли составляет 90°.

По определению 1 световой год — расстояние, которое проходит свет за один год. То есть если мы найдем расстояние, то автоматически получим и искомое время. Чтобы найти расстояние x между звездами, необходимо применить теорему Пифагора:

$$x^2 = 800^2 + 600^2 \qquad \Rightarrow \qquad x = \sqrt{800^2 + 600^2} = \sqrt{1000^2} = 1000 \text{ св. лет.}$$

Можно было заметить, что речь идет о так называемом «Египетском треугольнике», стороны которого увеличены в 200 раз. Из полученного результата следует ответ: свет от одной звезды до другой идет 1000 лет.

Комментарии:

Вывод о том, что угол между направлениями на звезды от Солнца составляет 90° — 4 балла. Вычисление ответа — 4 балла.

2. Масса нашей Галактики составляет около 10^{12} масс Солнца. Оцените период, с которым обращается вокруг Галактики ее спутник — другая галактика Малое Магелланово Облако, если известно, что расстояние между галактиками около 60 кпк.

Решение:

Малое Магелланово Облако (ММО) — карликовая галактика, ее масса существенно меньше массы Галактики, поэтому при вычислении периода массой ММО можно пренебречь. Запишем III закон Кеплера в системе единиц «масса Солнца – астрономическая единица – год»:

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{1}{M}$$

и выразим расстояние до ММО в астрономических единицах: $a = 6 \cdot 10^4 \times 2 \cdot 10^5 \approx 10^{10}$ а.е. Тогда период обращения ММО вокруг Галактики будет равен

$$P = \sqrt{\frac{a^3}{M}} \approx \sqrt{10^{30} \cdot 10^{-12}} = 10^9 \text{ лет.}$$

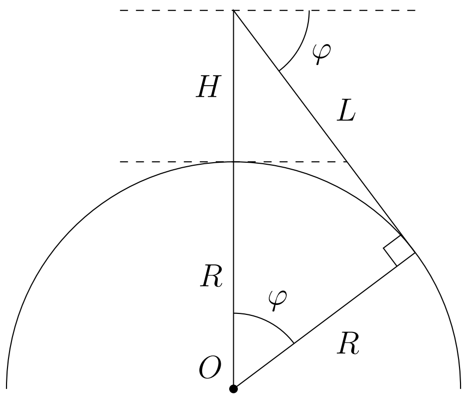
Комментарии:

Вывод о малости массы ММО (или учет массы каким-либо образом) — 2 балла, при его отсутствии остальное решение оценивается в полной мере. Запись III закона Кеплера или получение аналогичного выражения для периода движения тела по окружности — 2 балла. Вычисление итогового результата — 4 балла, которые выставляются только в том случае, если результат оказывается не более чем на порядок отличающимся от правильного.

3. Вулкан Олимп на поверхности Марса похож на конус с диаметром основания 600 км, положенный на цилиндр высотой 7 км. Общая высота вулкана составляет 22.5 км относительно марсианской поверхности. Насколько далекий объект на поверхности Марса можно увидеть с вершины Олимпа? Радиус Марса считать равным 3400 км.

Решение:

Для того, чтобы найти искомую величину, необходимо нарисовать несколько схем и понять, чем именно ограничена дальность обзора. Первая схема — пренебрегаем формой вулкана:



Здесь угол φ — понижение горизонта при подъеме на высоту $H = 22.5$ км над поверхностью планеты радиуса $R = 3400$ км. Данная схема утрирована для большей наглядности (в реальности $H \ll R$). Из рисунка очевидно, что наиболее удаленная точка от наблюдателя в таком случае находится на расстоянии

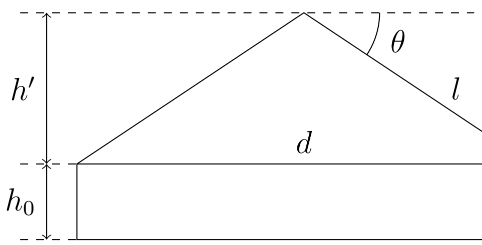
$$L = \sqrt{(R+H)^2 - R^2} \approx \sqrt{2RH + H^2} \approx 390 \text{ км.}$$

Найдем величину угла φ:

$$\sin\varphi = \frac{L}{r+h} = \frac{\sqrt{2RH+H^2}}{R+h} \approx [H \ll R] \approx \frac{\sqrt{2RH}}{R} = \sqrt{\frac{2H}{R}} = \sqrt{\frac{45}{3400}} \approx \sqrt{0.01} = 0.1$$

Таким образом, $\varphi \approx \sin\varphi = 0.1 \approx 6^\circ$.

Теперь нарисуем вторую схему, считая вулкан расположенным на плоскости:



Высота вулкана $H = h_0 + h'$ разбилась на высоту цилиндра (7 км) и конуса (15.5 км). Угол $\theta = \operatorname{arctg}(2h'/d) \approx 15.5/300 \approx 1/20 = 3^\circ$ — угол, на который понижается физический горизонт. Так как он меньше, чем φ, полученный выше, можно заключить, что дальность обзора $l \approx d/2 = 300$ км на вершине Олимпа ограничивается именно поверхностью склона вулкана, а не сферичностью Марса.

Заметим, что учитывать, что в реальности вулкан расположен не на плоскости, а на сфере, не нужно. Самый простой способ убедиться в этом — заметить, что угловой радиус Олимпа при наблюдении из центра Марса (фактически угол φ на первой схеме, $L = d/2$) примерно равен $0.5d/R \approx 300/3400 \approx 5^\circ$, что больше чем рассчитанное понижение горизонта в плоском случае, так что учет сферичности Марса не требуется.

Таким образом, самый дальний марсианский объект для наблюдения с вершины Олимпа — объект на краю обрыва, расположенный примерно в $l = 300$ км от вершины.

Комментарии:

Оценка дальности горизонта (1 вариант) — 4 балла. Оценка максимального расстояния с учетом формы вулкана (второй вариант) — 4 балла.

4. Оцените предельное угловое разрешение, которое может быть достигнуто при радионаблюдениях с поверхности Земли на длине волны 21 см.

Решение:

Наилучшее угловое разрешение может быть достигнуто при выполнении интерферометрических наблюдений — на нескольких радиотелескопах, разнесенных друг от друга на сравнительно большое расстояние. Поскольку по условию наблюдения выполняются с поверхности Земли, максимально возможное расстояние, на котором могут оказаться отдельные радиотелескопы, равно диаметру Земли.

Известно, что угловое разрешение при наблюдении на длине волны λ с помощью системы размера D можно оценить как $\beta \approx \lambda/D$. Подставляя числа, получаем

$$\beta \approx \frac{21 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 6.4 \cdot 10^{6}} = 1.6 \cdot 10^{-8} \approx 0''.003.$$

Комментарии:

Вывод о необходимости использования интерферометрических наблюдений — 2 балла (термин упоминать не обязательно, достаточным будет и описание наблюдений на нескольких радиотелескопах, расположенных в разных местах). Оценка размера интерферометра — 2 балла. Запись выражения для углового разрешения — 2 балла. Вычисление итогового ответа — 2 балла.

5. Звезда FG Стрелы в 1955 году имела температуру 22000 K, а в 1991 году — 5000 K. Считая, что абсолютная звездная величина звезды была постоянна и равна -5^m, оцените среднюю скорость расширения атмосферы звезды в километрах в секунду.

Решение:

Считая звезду абсолютно черным телом, можно записать закон Стефана-Больцмана для двух состояний (отмечены индексами соответствующих лет):

$$\left(\frac{R_{1955}}{R_{1991}}\right)^2 \left(\frac{T_{1955}}{T_{1991}}\right)^4 = \frac{L_{1955}}{L_{1991}} = \text{const} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{R_{1991}}{R_{1955}} = \left(\frac{T_{1955}}{T_{1991}}\right)^2 = \left(\frac{22}{5}\right)^2 \approx 19.$$

Здесь R — радиус звезды в соответствующий год, T — ее температура, L — светимость.

Абсолютная звездная величина звезды равна -5^m, а у Солнца — примерно $+5^m$, значит светимость звезды в светимостях Солнца составляет $100^2 L_\odot$. Найдем начальный радиус FG Стрелы, учитывая, что температура Солнца равна примерно $6 \cdot 10^3$ K:

$$\left(\frac{R_{1955}}{R_\odot}\right)^2 \left(\frac{T_{1955}}{T_\odot}\right)^4 = 10^4 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{R_{1955}}{R_\odot} = 10^2 \times \left(\frac{6000}{22000}\right)^2 = 7.$$

Итак, средняя скорость расширения оболочки звезды (радиус Солнца $R_\odot = 7 \cdot 10^5$ км):

$$v = \frac{(19-1) \cdot 7R_\odot}{1991 - 1955} = \frac{126}{36} \frac{R_\odot}{\text{год}} = \frac{126 \cdot 7 \times 10^5}{36 \cdot 3 \times 10^7} \frac{\text{км}}{\text{с}} = 0.08 \text{ км/с}.$$

Комментарии:

Знание параметров Солнца, необходимых для решения задачи (радиус, эффективная температура, абсолютная звездная величина) — 3 балла (участник может использовать и более точные значения параметров, чем в решении выше). Вычисление начального и конечного радиусов звезды — по 2 балла за каждый. Итоговое вычисление скорости — 1 балл.