

**Всероссийская олимпиада школьников**

Муниципальный этап

**Астрономия, 2021 год**

**11 классы**

**Критерии проверки**

Все задания по 8 баллов

**Задание 1 (8 баллов)**

В один из солнечных полдней у вертикальной палки длиной  $l=1$  метр полностью отсутствуют тень. При этом у другой такой же вертикальной палки длина тени составила 1 сантиметр. Найти расстояние между этими палками

Решение:

Угол  $\alpha$ , под которым падает тень от второй палки таков, что  $\tan \alpha = 0.01$ . Так как этот угол мал, мы можем приближенно считать что  $\alpha \approx \tan \alpha = 0.01$  радиана. Значит вторая палка находится от первой на расстоянии в  $\frac{0,01}{2\pi}$  дуги земного круга. Длина этой дуги равна  $2\pi R_E = 2 \cdot 3,14 \cdot 6378 \text{ км}$ , а значит искомое расстояние  $L = 0,01 \cdot 6378 \text{ км} \approx 63,78 \text{ км}$

Ориентировочные критерии оценивания:

4 балла за демонстрацию понимания зависимости длины тени от высоты Солнца

4 балла за окончательный расчет

**Задание 2 (8 баллов)**

Через несколько миллиардов лет Солнце превратится в белый карлик. Считая что средняя плотность вещества белого карлика  $\rho_{БК} = 10^9 \text{ кг/м}^3$  и пренебрегая потерями вещества Солнца в процессе эволюции рассчитать период вращения Солнца после этого превращения.

Решение:

Радиус Солнца  $R_c = 695000 \text{ км} \approx 0,7 \cdot 10^9 \text{ м}$ , его масса  $M_c \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$ , значит радиус белого карлика составит

$$R_{БК} = \sqrt[3]{M_c \cdot \frac{3}{4\pi\rho_{БК}}} \approx \sqrt[3]{2 \cdot 10^{30} \cdot \frac{3}{4 \cdot 3,14 \cdot 10^9}} \approx 7,8 \cdot 10^6 \text{ м} = 7800 \text{ км}. \text{ Это значит что радиус}$$

Солнца уменьшится в  $N = \frac{R_c}{R_{БК}} = \frac{695000 \text{ км}}{7800 \text{ км}} \approx 89$  раз. Значит по закону сохранения

момента импульса период его вращения уменьшится в  $N^2 \approx 7900$  раз и составит  $\frac{25,380 \text{ суток}}{7900} \approx 277 \text{ секунд}$

### Ориентировочные критерии оценивания:

4 балла за расчет нового радиуса Солнца

4 балла за расчет скорости вращения

### Задание 3 (8 баллов)

Чему равна видимая с Земли угловая скорость движения Марса по небу во время противостояния. Орбиты считать круговыми

#### Решение:

Земля совершает один оборот вокруг Солнца за  $T_E=365,26$  суток, а радиус её орбиты составляет  $R_E=149,6$  млн. км. Аналогично для Марса  $T_M=687$  суток и  $R_M=226,9$  млн. км. Значит средняя скорость движения Земли по орбите составляет

$$V_E = \frac{2\pi R_E}{T_E} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 149,6 \cdot 10^9 \text{ м}}{365,26 \cdot 24 \cdot 3600} \approx 29,7 \text{ км/с}, \quad \text{а} \quad \text{Марса}$$

$V_M = \frac{2\pi R_M}{T_M} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 226,9 \cdot 10^9 \text{ м}}{687 \cdot 24 \cdot 3600} \approx 24,0 \text{ км/с}$ . Значит во время противостояния с

точки зрения наблюдателя на Земле Марс движется назад со скоростью  $V = V_E - V_M \approx 5,7 \text{ км/с}$ . При этом расстояние до Марса составит  $R = R_M - R_E = 226,9 - 149,6 = 77,3$  млн. км. Значит видимая угловая скорость составит

$$\omega = \frac{V}{R} = \frac{5,7 \text{ км/с}}{77,3 \cdot 10^6 \text{ км}} \approx 7,4 \cdot 10^{-5} \text{ рад/с} \approx 4,3 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ/\text{с} \approx 15,3 \text{ ''/с}$$

### Ориентировочные критерии оценивания:

3 балла за расчет относительной скорости Маоса

2 балла за расчет расстояния до него

3 балла за вычисление угловой скорости

### Задание 4 (8 баллов)

Самолёт летит по кратчайшему пути из Калининград в точку, расположенную на  $L=3000$  км восточнее. На сколько километров ему придётся отклониться к северу? Географические координаты Калининграда  $\phi=54^\circ 43'$  с. ш.  $\lambda=20^\circ 30'$  в. д.

#### Решение:

Радиус широтного круга на котором лежит Калининград  $R_w = R_e \cos(\phi) = 6378 \cos(54^\circ 43') \approx 3684 \text{ км}$ , то есть его длина  $L_w = 2 \cdot \pi \cdot R_w \approx 23000 \text{ км}$

Значит точка на  $L=3000$  км восточнее имеет долготу

$$\lambda_1 = \lambda + \frac{L}{L_w} \cdot 180^\circ = 20^\circ 30' + \frac{3000}{23000} \cdot 180^\circ \approx 20,5^\circ + 23,5^\circ = 43,9^\circ, \text{ а её широта совпадает с}$$

широтой Калининграда.

Кратчайшим маршрутом, соединяющим две точки на поверхности сферы является дуга большого круга, проходящего через эти две точки. Найдём угол наклона такой дуги.

Обозначим Калининград точкой А, восточную точку точкой В, центр земли точкой О, центр широтного круга точкой С. Соединим А и В отрезком и обозначим его середину точкой М. Тогда по теореме косинусов в треугольнике АВС

$$AB = \sqrt{CA^2 + CB^2 - 2 \cdot CA \cdot CB \cos(\sphericalangle ACB)} = R_{\text{ш}} \sqrt{2 - 2 \cdot \cos(23,5^\circ)} \approx 2554,6 \text{ км}$$

Значит  $AM = MC = AB/2 \approx 1277,3 \text{ км}$ . Тогда в треугольнике АМО по теореме Пифагора ОСМ

$$\sphericalangle OMC = \arccos\left(\frac{MC}{MO}\right) = \arccos\left(\frac{\sqrt{AC^2 - AM^2}}{MO}\right) = \arccos\left(\frac{\sqrt{3684^2 - 1277,3^2}}{6248,8}\right) \approx 56,42^\circ.$$

Это и есть нужный нам угол наклона большого круга. То есть самолёту придется отклониться к северу на  $56,42^\circ - (54 + 43/60) \approx 1,71^\circ$  или  $z = 1,71^\circ / 360^\circ \cdot 2\pi R_E \approx 190,5 \text{ км}$

#### Ориентировочные критерии оценивания:

- 1 балл за указание что кратчайшим путём является большой круг
- 5 баллов за расчет угла его наклона
- 2 балла за окончательный расчет смещения

#### **Задание 5 (8 баллов)**

В скоплении из двух одинаковых гравитационно связанных галактик по данным измерения доплеровского смещения одна удаляется от нас со скоростью  $V_1 = 420 \text{ км/с}$ , а другая со скоростью  $V_2 = 490 \text{ км/с}$ . Сколько времени требуется свету чтобы долететь до нас от этого скопления. Постоянную Хаббла считать равной  $H = 70 \frac{\text{км/с}}{\text{Мпк}}$

#### Решение:

Центр масс этого скопления удаляется от нас со скоростью  $V = \frac{V_1 + V_2}{2} = 455 \text{ км/с}$ .

Это означает что расстояние до него равно  $L = \frac{V}{H} = \frac{455}{70} = 6,5 \text{ Мпк} \approx 21,2 \cdot 10^6 \text{ св.года}$ .

Таким образом свету требуется примерно 21,2 миллиона лет чтобы до нас долететь.

#### Ориентировочные критерии оценивания:

- 3 балла за демонстрацию понимания того, что такое постоянная Хаббла

2 балла за расчёт скорости центра масс

2 балла за расчет расстояния до скопления

1 балл за окончательный ответ

### **Задание 6 (8 баллов)**

Астероид шарообразной формы находясь в перигелии 1 января 2021 года находился от Земли на расстоянии  $l_1 = 1$  миллион километров едва не попадая при этом в земную тень и имел 6 звёздную величину. Найти его звёздную величину 1 апреля 2022 года, если его период обращения составляет 2,5 земных года.

#### Решение:

Радиус орбиты Земли составляет примерно 150 миллионов километров. Это значительно больше чем 1 миллион километров, поэтому мы можем приближенно считать что перигелий астероида равен 1 а.е. По третьему закону

Кеплера  $\frac{a_E^3}{T_E^2} = \frac{a_a^3}{T_a^2}$  где  $a_E = R_E$  - большая полуось, она же радиус орбиты Земли,  $a_a$  - большая полуось орбиты астероида,  $T_E$  - орбитальный период Земли,  $T_a$  - орбитальный период астероида. Значит  $a_a = \sqrt[3]{\frac{T_E^2}{T_a^2} a_E} = \sqrt[3]{\frac{2,5^2}{1^2}} \cdot 1 \approx 1,84$  а.е.

От 1 января 2021 до 1 апреля 2022 пройдёт примерно 1 год и 3 месяца, то есть половина периода обращения астероида. Значит он будет находиться в апогелии. Сумма расстояний до Солнца в перигелии в апогелии равна удвоенной большой полуоси  $r_{min} + r_{max} = 2a$ , следовательно  $r_{max} = 2a - r_{min} = 2 \cdot 1,84 - 1 \approx 2,68$  а.е. Земля же за это время пройдёт один оборот с четвертью, то есть угол астероид-Солнце-Земля составит 90 градусов. Значит расстояние от астероида до Земли составит  $l_2 = \sqrt{r_{max}^2 + r_E^2} = \sqrt{2,68^2 + 1^2} \approx 2,86$  а.е.

Так как 1 января 2021 астероид едва не попадал в земную тень, его фазу можно считать равной  $v_1 = 100\%$

1 апреля 2022 же угол Земля-Солнце-астероид будет равен  $\alpha = \text{arcctg}\left(\frac{r_E}{r_{max}}\right) = \text{arcctg}\left(\frac{2,68}{1}\right) \approx 20,4^\circ$ , значит его видимая фаза составит

$$v_2 = 1 - \frac{20,4^\circ}{90^\circ} \approx 0,77$$

Звездные величины пересчитываются по формуле Погсона  $m_2 - m_1 = -2,5 \lg\left(\frac{E_2}{E_1}\right)$ .

Значит, с учётом того что излучение ослабляется пропорционально квадрату расстояния,

$$m_2 = m_1 - 2,5 \lg\left(\frac{E_2}{E_1}\right) = m_1 - 2,5 \lg\left(\frac{v_2}{v_1} \cdot \frac{l_1^2}{l_2^2}\right) = 6^m - 2,5 \lg\left(0,77 \cdot \frac{1^2}{(2,86 \cdot 149,7)^2}\right) \approx 19,44^m$$

#### Ориентировочные критерии оценивания:

1 балл за демонстрацию кинематики происходящих процессов

2 балла за расчёт расстояние до астероида

2 балла за расчет фазы

2 балла за формулу для расчёта звёздной величины

1 балл за окончательный расчет