

# Всероссийская олимпиада по астрономии



Муниципальный этап 2021 года

*Условия и решения*

11 класс

8 Ноября 2021 г.

## 1. Паллада

8 баллов

Астероид (2) Паллада имеет сидерический период обращения равный 4.62 года, эксцентриситет его орбиты составляет  $e = 0.231$ . Определите, большую полуось орбиты, максимальное и минимальное расстояние Паллады от Солнца, и от Земли. Орбиту Земли считать круговой.

**Решение.** Определим большую полуось орбиты, используя 3-й закон Кеплера, сравнив с системой Солнце-Земля:

$$\frac{T^2}{T_{\oplus}^2} = \frac{a^3}{a_{\oplus}^3}.$$

Выразим большую полуось Паллады

$$a = a_{\oplus} \left( \frac{T}{T_{\oplus}} \right)^{\frac{2}{3}} = 1 \left( \frac{4.62}{1} \right)^{\frac{2}{3}} = \boxed{2.77 \text{ а.е.}}$$

Минимальное и максимальное расстояние от Солнца, это перигелийное и афелийное расстояния:

$$q = a(1 - e) = 2.77(1 - 0.231) = \boxed{2.13 \text{ а.е.}}$$

$$Q = a(1 + e) = 2.77(1 + 0.231) = \boxed{3.41 \text{ а.е.}}$$

Так как орбиту Земли мы считаем круговой, то минимальное расстояние будет тогда, когда Паллада будет находится в перигелии, и одновременно в противостоянии с Землей. То есть, Земля будет находится на линии Паллада - Солнце, между ними:

$$\Delta_{min} = q - a_{\oplus} = 2.13 - 1 = \boxed{1.13 \text{ а.е.}}$$

А максимальное расстояние будет тогда, когда Солнце будет между Палладой и Землей, Паллада же должна быть в афелии орбиты:

$$\Delta_{max} = Q + a_{\oplus} = 3.41 + 1 = \boxed{4.41 \text{ a.e.}}$$

**Критерии оценивания** **8**

Большая полуось орбиты (через III закон Кеплера) .....	2
Нахождение перигелия орбиты Паллады .....	1
Нахождение афелия орбиты Паллады .....	1
Вывод о положении Земли для минимального расстояния .....	1
Найденное правильное значение минимального расстояния от Земли	1
Вывод о положении Солнца для максимального расстояния .....	1
Найденное правильное значение максимального расстояния от Земли	1

**2. Планетный треугольник** 8 баллов

18 августа некоторого года Юпитер находился в противостоянии с Землей, Марс в западной квадратуре, а Меркурий в максимальной западной элонгации. Определите расстояния между планетами: Юпитер и Марс. Определите угол между Марсом и Меркурием разделяющий планеты на небе Земли. Орбиты планет считать круговыми и лежащими в одной плоскости. Нарисуйте рисунок, изображающий орбиты всех планет из северного полюса эклиптики.

**Решение.** Введем обозначения Солнца и планет:

- Солнце -  $\odot$
- Меркурий -  $\text{♁}$
- Земля -  $\oplus$
- Марс -  $\text{♂}$
- Юпитер -  $\text{♃}$

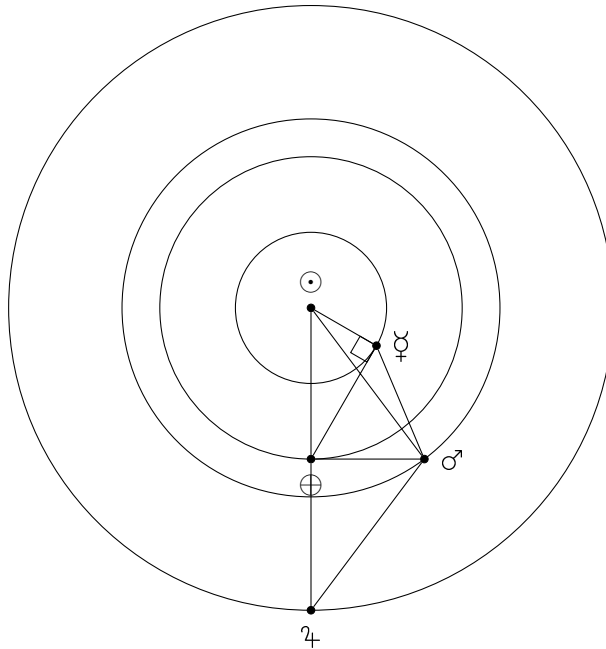
На первом этапе нарисуем орбиты всех планет указанных в задаче (Земля, Юпитер, Марс и Меркурий).

Меркурий, Солнце и Земля составляют прямоугольный треугольник с прямым углом у Меркурия, находящимся в максимальной западной элонгации. Отсюда найдем угол Меркурий-Земля-Солнце:

$$\sin(\alpha_{\text{♁}\oplus\odot}) = \frac{a_{\text{♁}}}{a_{\oplus}}$$

Соответственно сам угол равен:

$$\alpha_{\text{♁}\oplus\odot} = \arcsin\left(\frac{0.38}{1}\right) = 22.3^\circ$$



Угол между направлением на Меркурий и направлением на Марс составляет:

$$\alpha_{\oplus\oplus\oplus} = 90^\circ - \alpha_{\oplus\oplus\oplus} = 90^\circ - 22.3^\circ = \boxed{67.7^\circ}$$

Теперь определим расстояние от Земли до Юпитера. Так как наблюдения проходят при противостоянии Юпитера, то расстояние до него от Земли будет равно:

$$r_{\oplus\jupiter} = a_{\jupiter} - a_{\oplus} = 5.2 - 1 = 4.20 \text{ а.е.}$$

По условию задачи Марс находится в западной квадратуре, следовательно расстояние Земля - Марс можно посчитать по теореме Пифагора:

$$r_{\oplus\mars} = \sqrt{a_{\mars}^2 - a_{\oplus}^2} = \sqrt{1.52^2 - 1^2} = 1.14 \text{ а.е.}$$

Теперь можно определить расстояние от Марса до Юпитера таким же образом — по теореме Пифагора — зная, что Марс в западной квадратуре, а Юпитер в противостоянии:

$$r_{\mars\jupiter} = \sqrt{r_{\oplus\mars}^2 + r_{\oplus\jupiter}^2} = \sqrt{1.14^2 + 4.2^2} = \boxed{4.35 \text{ а.е.}}$$

**Критерии оценивания****8**

- Нарисованный рисунок с орбитами планет и указанными планетами 2  
 Нахождение угла максимальной элонгации Меркурия ..... 1  
 Нахождение угла между направлениями на Меркурий и на Марс... 2  
 Нахождение расстояния Юпитер-Марс..... 3

**3. Кольцо****8 баллов**

Планетарная туманность «Кольцо» ( $M57$ ) находится от нас на расстоянии 2 300 световых лет. Она расширяется со скоростью 25 км/с и сейчас имеет видимый угловой размер  $2.5'$ . Определите как давно центральная звезда этой туманности сбросила свою оболочку? Когда это могли увидеть «наблюдатели» на Земле? Определите среднюю плотность, если масса сброшенной оболочки составляет  $0.2M_{\odot}$ , а толщина сферического слоя составляет примерно 1% от радиуса туманности. Считать объем сферы равным:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

где  $\pi = 3.14$

**Решение.** Определим диаметр туманности в световых годах:

$$D_{M57} = L \cdot \frac{\alpha_{M57}}{206265} = 2300 \cdot \frac{2.5 \cdot 60}{206265} = \boxed{1.67 \text{ св.лет}}$$

Теперь определим время расширения туманности, не забыв, что нашли диаметр, а туманность расширяется в обе стороны к нам и от нас:

$$\tau_{M57} = \frac{D_{M57}}{2 \cdot V_{M57}}$$

$$\tau_{M57} = \frac{1.67 \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot 365.25 \cdot 86400}{2 \cdot 25} = \boxed{10^4 \text{ лет}}$$

Значит, на небе Земли событие появления планетарной туманности произошло 10 000 лет назад, около  $\boxed{7979 \text{ г. до н.э.}}$

Определим объем, в котором заключена масса, считая, что она распределена равномерно в сферическом слое.:

$$V = \frac{4}{3}\pi(r_1^3 - r_2^3) = \frac{4}{3}\pi(1^3 - 0.99^3) \left(\frac{D_{M57}}{2 \cdot 3.26}\right)^3 = 2.1 \cdot 10^{-3} \text{ пк}^3$$

Тогда плотность равна:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{0.6 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{2.1 \cdot 10^{-3} \cdot (3 \cdot 10^{16})^3} = \boxed{6.5 \cdot 10^{-18} \text{ кг/м}^3}$$

<b>Критерии оценивания</b>	<b>8</b>
Нахождение диаметра туманности .....	1
Определение времени расширения туманности .....	2
Нахождение примерной даты события для земного наблюдателя ....	1
Нахождение объема сферического слоя .....	2
Нахождение итоговой плотности туманности.....	2

#### 4. Осеннее равноденствие 8 баллов

В день осеннего равноденствия Луна была в 3-ей четверти, Марс в восточной квадратуре, Уран в противостоянии. Определите, на каких высотах происходили верхние кульминации этих объектов для наблюдателей в городе Джаффна (Шри-Ланка, широта  $9^{\circ}40'$ ). В какой последовательности будут происходить эти верхние кульминации в день осеннего равноденствия? Все орбиты лежат в плоскости эклиптики.

#### Решение.

Введем обозначения Солнца и планет:

- Солнце -  $\odot$
- Земля -  $\oplus$
- Марс -  $\♂$
- Уран -  $\♁$
- Луна -  $\♃$

Нарисуем картинку, в которой изобразим Солнце, Землю и другие видимые небесные тела из задачи.

Заметим, что Солнце находится в точке осеннего равноденствия, а Марс — в точке зимнего солнцестояния, Луна — в летнем солнцестоянии, Уран — в весеннем равноденствии. Координаты, и в том числе склонение, этих точек нам хорошо известны.

Тогда склонение Марса —  $\delta_{\♂} = -23.5^{\circ}$ , Луны —  $\delta_{\♃} = 23.5^{\circ}$ , Урана —  $\delta_{\♁} = 0^{\circ}$ .  
Можно найти высоту верхней кульминации по формуле:

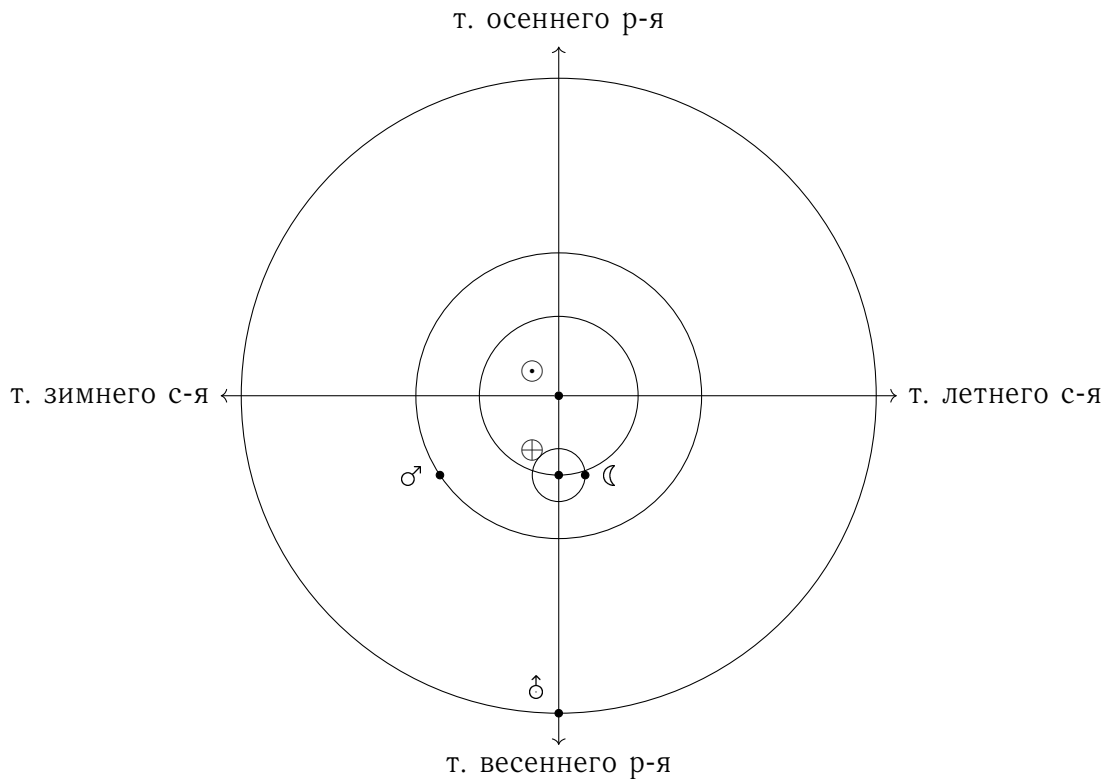
$$h = 90^{\circ} - |\delta - \varphi|$$

Получим  $h_{\♂} = 56^{\circ}50'$ ,  $h_{\♃} = 80^{\circ}20'$ ,  $h_{\♁} = 76^{\circ}10'$ . При этом кульминация Луны будет к северу от зенита, а Марса и Урана к югу.

Как это выглядит на небесной сфере нарисовано на следующей картинке.

Последним пунктом определим последовательность верхних кульминации. Сначала будет кульминировать стареющая Луна, это будет утром. После этого вечером будет кульминировать Марс, а ближе в полночь Уран.

Ответ Уран, Луна и Марс тоже будет считаться правильным.



**Критерии оценивания**

**8**

Рисунок, поясняющий модель .....	1
Определение склонения Марса .....	1
Определение склонения Луны .....	1
Определение склонения Урана .....	1
Определение высоты верхней кульминации Марса .....	1
Определение высоты верхней кульминации Луны .....	1
Определение высоты верхней кульминации Урана .....	1
Определение последовательности прохождения верхней кульминации	1
При значении высоты кульминации больше, чем 90° .....	max 4

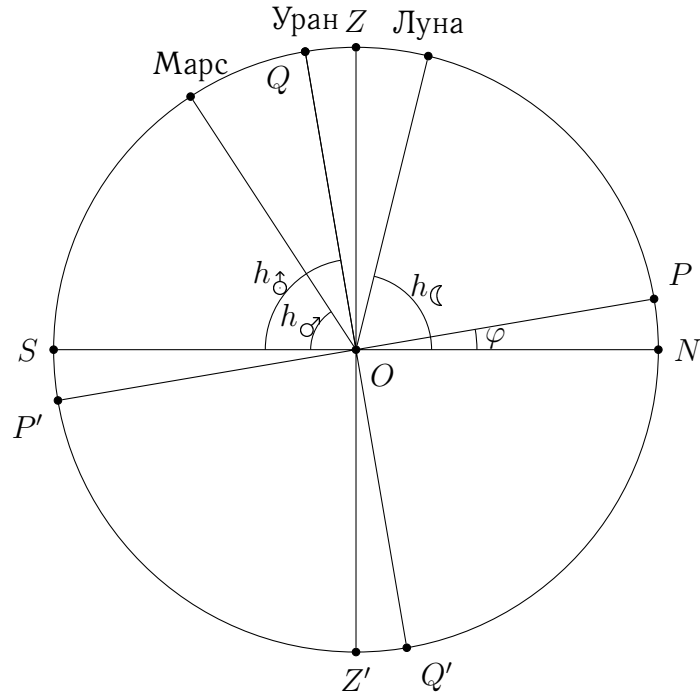
**5. Телескоп**

**8 баллов**

Астроном любитель проводит наблюдения в одном из лучших мест для астрономических наблюдений, в Кавказкой горной обсерватории МГУ (КГО МГУ), где размер изображений звезд составляет 0.4", проводит наблюдения с телескопом диаметром 200 мм и фокусом 1 м, имеет окуляры с фокусом 6 и 20 мм. Длина волны видимого света составляет  $\lambda = 550$  нм. Считая предельное разрешение глаза составляет 1'. Разрешение телескопа для видимого диапазона длин волн можно определить по формуле:

$$\theta = 1.22 \cdot \frac{206265'' \cdot \lambda}{D_T}$$

Где  $\theta$  - угол, который разрешает телескоп в угловых секундах,  $\lambda$  - длина волны наблюдаемого излучения.  $D_T$  - диаметр объектива телескопа. Угловое увеличение телескопа



можно определить из:

$$\Gamma = \frac{F_T}{f_o} \iff \alpha_{\text{в окуляре}} = \Gamma \cdot \alpha_{\text{на небе}}$$

Где  $F_T$  - фокус объектива телескопа,  $f_o$  - фокус окуляра телескопа.  $\alpha_{\text{в окуляре}}$  - видимый угловой размер в окуляре,  $\alpha_{\text{на небе}}$  - видимый угловой размер на небе. При каком максимальном диаметре объектива влияние атмосферы размывает теоретический предел разрешения телескопа? Определите увеличение телескопа для каждого окуляра. Определите с каким окуляром размытие звезд будет заметно для данного телескопа, а с каким нет?

**Решение.** Чтобы размытие атмосферы  $0.4''$  было точно видно, необходимо чтобы угловое разрешение телескопа было равно размеру изображений звезд создаваемых атмосферой:

$$\theta = 1.22 \cdot \frac{206265'' \cdot \lambda}{D_T}$$

$$D_T = 1.22 \cdot \frac{206265'' \cdot 550 \cdot 10^{-9}}{0.4''} = \boxed{346 \text{ мм}}$$

Увеличение телескопа есть:

$$\Gamma = \frac{F_T}{f_o}$$

$$\Gamma_6 = \frac{1000}{6} = \boxed{167 \text{ крат}}$$

$$\Gamma_{20} = \frac{1000}{20} = \boxed{50 \text{ крат}}$$

Как известно увеличение угловых размеров связано с увеличением системы объектив - окуляр:

$$\Gamma = \frac{\theta_{\text{окуляр}}}{\theta_{\text{объектив}}}$$

$$\theta_{\text{окуляр}} = \Gamma \cdot \theta_{\text{объектив}}$$

Чтобы размытие стало заметно в окуляре необходимо, чтобы угловой размер звезды в окуляре превысил  $1'$

$$\theta_{20} = 50 \cdot 0.4'' = \boxed{20''}$$

В окуляр с фокусом 20 мм размытие видно не будет

$$\theta_{20} = 167 \cdot 0.4'' = \boxed{67''}$$

В окуляр с фокусом 6 мм размытие видно будет

<b>Критерии оценивания</b>	<b>8</b>
Нахождение максимального диаметра.....	2
Определение увеличения окуляра 20 мм.....	1
Определение увеличения окуляра 6 мм.....	1
Определение видимости и значения размытия 20 мм.....	2
Определение видимости и значения размытия 6 мм.....	2

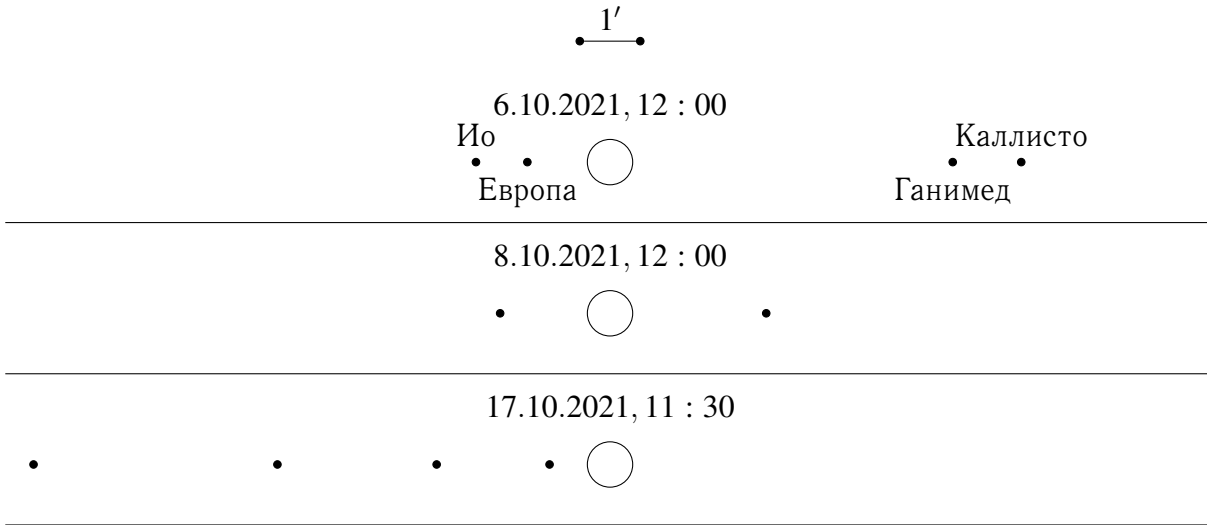
## **6. Юпитер** 8 баллов

Вам даны 3 изображения Юпитера и его галилеевских спутников, а также даты, соответствующие данной конфигурации. На первой картинке спутники подписаны. Отождествите и подпишите спутники на остальных картинках. Масштаб указан. Также даны параметры орбит Галилеевских спутников Юпитера. Орбиты спутников считать круговыми и лежащими в одной плоскости.

Спутник	Большая полуось, км	Период обращения	Радиус, км	Масса, кг
Ио	421 700	1.77 сут.	1 821	$8.93 \cdot 10^{22}$
Европа	671 100	3.55 сут.	1 560	$4.80 \cdot 10^{22}$
Ганимед	1 070 400	7.15 сут.	2 634	$1.48 \cdot 10^{23}$
Каллисто	1 882 700	16.69 сут	2410	$1.08 \cdot 10^{23}$

**Решение.** Все спутники вращаются против часовой стрелки. Угловые размеры боль-

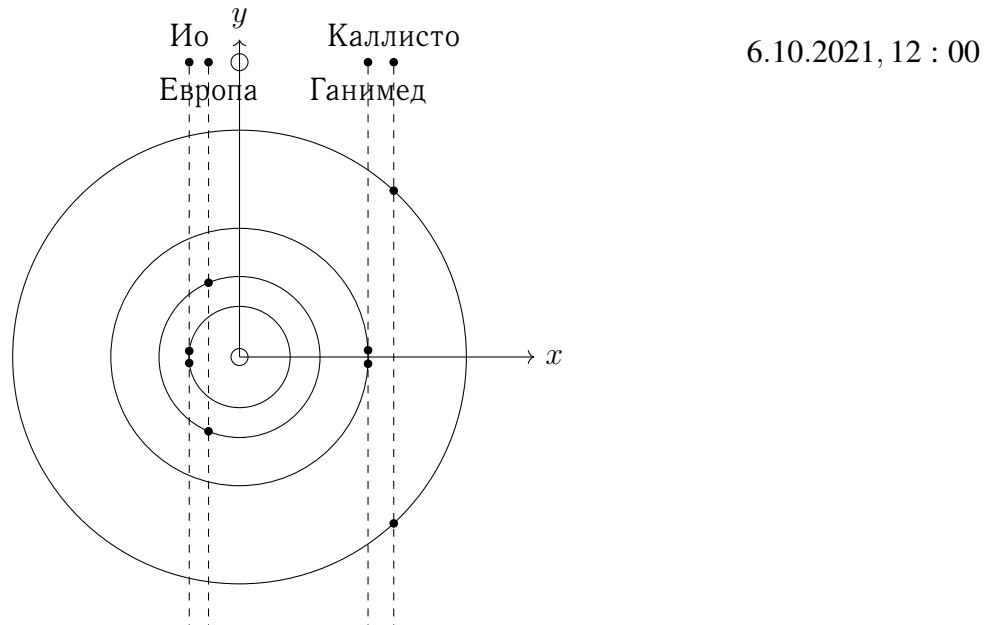




ших полуосей ( $a$ ) можно найти из масштаба:

$$\rho = \rho_{\text{ж}} \cdot \frac{a}{R_{\text{ж}}}$$

Изобразим вид сверху Юпитера и его спутников на 6.10 (размеры больших полуосей указаны в справочных данных) - рис.1. Пунктирной линией показано возможное ме-



стонахождение спутника. Введем оси  $x$  и  $y$  Угловые удаления спутников от Юпитера являются проекциями их положения на ось  $x$ . Углом  $\varphi$  назовем угол Спутник-начало координат-ось  $x$ . Его можно найти по формуле  $\varphi = \arccos(x/a)$ ,  $a$  - радиус орбиты спутника. Тогда начальные положения спутников:

- Ио —  $x_0 = -2'13''$ ,  $\varphi_0 = \pm 173^\circ$

- Европа —  $x_0 = -1'22''$ ,  $\varphi_0 = \pm 113^\circ$
- Ганимед —  $x_0 = 5'40''$ ,  $\varphi_0 = \pm 3^\circ$
- Каллисто —  $x_0 = 6'48''$ ,  $\varphi_0 = \pm 55^\circ$

Углы могут принимать как положительное, так и отрицательное значение - из-за проекции точного значения угла мы определить не можем.

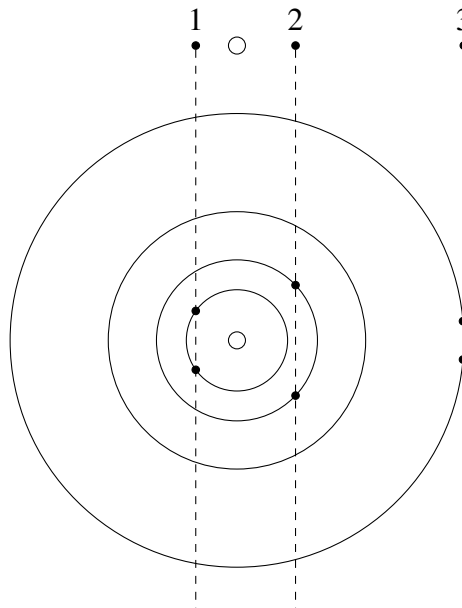
1. Посчитаем углы, которые прошли спутники относительно своего начального положения за 2 дня (с 6.10 по 8.10) по формуле

$$\alpha = 360^\circ \cdot \frac{t}{T},$$

где  $t$  - прошедшее время,  $T$  - период спутника.

- Ио —  $\alpha = 407^\circ = 47^\circ$
- Европа —  $\alpha = 203^\circ$
- Ганимед —  $\alpha = 101^\circ$
- Каллисто —  $\alpha = 47^\circ$

Изобразим вид сверху Юпитера со спутниками на 8.10 - рис 2. Для удобства



8.10.2021, 12 : 00

пронумеруем спутники — от 1 до 3 слева направо и будем рассматривать каждый спутник. Запишем координаты спутников:

- 1 —  $x = -1'49''$ ,  $\varphi_1 = \pm 144^\circ$
- 2 —  $x = 2'35''$ ,  $\varphi_2 = \pm 43^\circ$
- 3 —  $x = 9'58''$ ,  $\varphi_3 = \pm 5^\circ$

Как видно, линия 3 - го спутника пересекается только с орбитой Каллисто, из чего мы делаем вывод: **3 — Каллисто**.

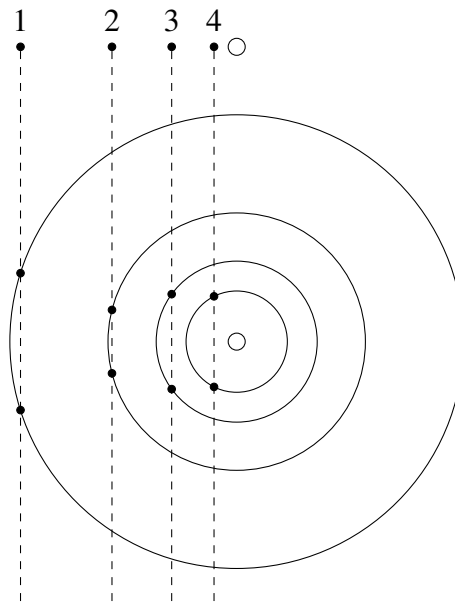
Для всех спутников верно равенство

$$\varphi = \varphi_0 + \alpha$$

	Ио	Европа	Ганимед	Каллисто
$\varphi_1$	220°	316°	104°	102°
$\varphi_2$	234°	90°	98°	8°

Видим, что  $\varphi_{\text{Ио}1} \approx \varphi_1 = 216^\circ = -144^\circ$ , а  $\varphi_{\text{Европа}1} \approx \varphi_2 = 317^\circ = -43^\circ$ . Итак, **1 — Ио**, **2 — Европа**. Ганимед закрыт тенью Юпитера.

2. На втором изображении (17.10) отождествим спутники методом исключения. Ли-



17.10.2021, 11 : 30

ния 1 - го спутника пересекает только орбиту Каллисто - **1 — Каллисто**, соответственно 2 - ой спутник (либо Каллисто, либо Генимед) находим методом исключения: **2 — Ганимед**, **3 — Европа**, **4 — Ио**.

Итоговый ответ на рисунке ниже.

### Критерии оценивания

**10**

Описание метода определения спутников ..... 2

Верное определение спутников 4 спутников на второй картинке ... 4

Верное определение спутников 4 спутников на третьей картинке ... 4

