11 класс

Предлагается 5 заданий.

Рекомендуемое в приказе время проведения олимпиады 120 минут.

Максимальное количество баллов за олимпиаду в 11 классе 37

1. Условие. В результате нештатной ситуации космонавты приземлились 25 июня в неизвестном районе. Как **по Солнцу** определить географическую долготу и широту места, если у них сохранились механические часы со стрелками, идущие по московскому времени? Космонавты помнят, что уравнение времени в это время года близко к нулю. Решить задачу в общем виде, без привязки к конкретному времени на часах.

1. Решение.

Формула для определения долготы $T_{ист} = T_{Гринв} + \lambda + УВ$, где

$T_{ист}$ – местное истинное солнечное время

$T_{Гринв}$ – универсальное время по Гринвичу

λ – долгота в часовых единицах

УВ – значение уравнения времени

время по Гринвичу легко посчитать, зная московское время $T_{МСК}$

$T_{Гринв} = T_{МСК} - N_{поясаМСК} - 1 = T_{МСК} - 3$

$T_{ист}$ - местное истинное солнечное время, определяемое в месте нахождения наблюдателя по положению Солнца на небесной сфере. При $УВ = 0$ местное истинное солнечное время равно используемому в быту среднему солнечному времени. В момент верхней кульминации Солнца наступает истинный полдень $T_{ист} = 12$ часов.

Отсюда, $\lambda = 12 - T_{МСК} + 3$.

Для определения широты воспользуемся зависимостью между высотой h светила в верхней кульминации, его склонением δ и широтой местности φ $\varphi = 90 - h + \delta$. Используя циферблат часов в качестве транспортира (часы имеют 60 одинаковых делений, каждое равно 6 градусам), надо определить высоту Солнца. Склонение Солнца вблизи дня летнего солнцестояния $\delta = 23{,}5^0$.

Ответ: $\lambda = 12 - T_{МСК} + 3$, $\varphi = 90 - h + \delta$.

1. Система оценивания. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – **8**. Использование формулы для определения долготы – 2 балла. Определение $T_{Гринв}$ – 1 балл, определение $T_{ист}$ – 1 балл. Итого, максимальное количество баллов при определении долготы – 4.

Использование зависимости между высотой h светила в верхней кульминации, его склонением δ и широтой местности φ – 2 балла. Предложение использовать циферблат часов для определения высоты Солнца – 1 балл. Определение склонения Солнца – 1 балл.

2. Условие. Может ли орел с высоты 100 метров разглядеть силуэт бегающей по земле мыши? Принять диаметр хрусталика глаза орла равным 3 мм, а размер мыши — 10 см.

2. Решение. Разрешающая способность оптического прибора (линзы, глаза) определяется размером кружка рассеяния, возникающего в результате дифракции света на оправе. В результате мы вместо точечного источника света видим световое пятно, угловой диаметр которого равен (в секундах дуги)

$\alpha = \frac{206265 \cdot \lambda}{D} \cdot 2.44$ (формула из учебника *Астрономия. 11 класс*. Воронцов-Вельяминов Б.А., *Страут* Е.К.), где D - диаметр зрачка или объектива, λ - длина волны света, рекомендуется подставлять $\lambda = 5500\,\dot{A}$ (длина волны, соответствующая максимальной чувствительности глаза). С учетом этого значения длины волны, можно использовать другую форму записи этой же формулы

$\alpha = \frac{14}{D(см)}$.

Если две точки, детали предмета, находятся на меньшем расстоянии, то они «потонут» в кружке рассеяния, и раздельно будут неразличимы.

Для глаза орла $D = 0{,}3$ *см* получим $\alpha = 47'' \approx 0.8'$.

С другой стороны, предмет размером $d = 10 см$ на расстоянии $R = 100 м$ виден под углом $\sin(\rho) \approx \rho = \frac{d}{R} = 0.001$ (рад), отсюда $\rho = 0.06^0 = 3.5''$.

Изображение мыши почти в четыре раза превышает кружок рассеяния, следовательно, орел различит силуэт мыши.

2. **Система оценивания**. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – **8**. За использование формулы для диаметра дифракционного пятна - 5 баллов. За правильно проведенные вычисления еще 3 балла.

3. Условие. Звездная величина звезды Бетельгейзе (T = 3500 K) увеличилась на 0.1 зв вел. Спектральные исследования показали, что на ее поверхности возникла область с температурой T_1 = 3000 K. Каков размер этого пятна (в долях площади диска Бетельгейзе)?

3. Решение. Энергия, излучаемая с поверхности диска Бетельгейзе в единицу времени.

$L_R = \pi R^2 \sigma T^4$, R – радиус диска Бетельгейзе, σ- постоянная Больцмана, T — температура поверхности звезды.

Энергия, излучаемая круглым пятном радиуса r

$L_r = \pi r^2 \sigma T_1^4$, T_1 — температура пятна.

Отсюда, из светимости звезды без пятна L_R вырезаем часть потока, соответствующего размеру пятна r с температурой T, и добавляем излучение идущее от пятна с пониженной температурой T_1, обозначаем L_{R-r}

$$L_{R-r} = \pi R^2 \sigma T^4 - \pi r^2 \sigma T^4 + \pi r^2 \sigma T_1^4$$

Далее, из формулы Погсона следует

$$\frac{L_{R-r}}{L_R} = 2.512^{m-(m+0.1)},$$

$$\frac{R^2 T^4 - r^2 T^4 + r^2 T_1^4}{R^2 T^4} = 2.512^{-0.1},$$

$$1 + \frac{r^2}{R^2}\frac{(T_1^4 - T^4)}{T^4} = 2.512^{-0.1}$$

$\frac{r^2}{R^2} = \frac{(2.512^{-0.1} - 1)\cdot T^4}{T_1^4 - T^4} = 0.19$ - пятно занимает примерно 0.2 диаметра диска Бетельгейзе.

Ответ: пятно занимает примерно 0.2 диаметра диска Бетельгейзе.

3. Система оценивания. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – **8**. Использование формулы для светимости звезды и пятна – 2 балла, получение выражения для светимости звезды с пятном 1 балл, применение формулы Погсона 2 балла, выполнение расчетов 2 балла, формулировка ответа 1 балл.

4. Условие. Средняя плотность вещества звезды красного гиганта составляет $\rho = 1.5 \cdot 10^{-7}$ *г/см*^{3}. Оцените минимально возможный период осевого вращения такой звезды.

4. Решение. Минимально возможный период вращения реализуется в случае, когда скорость движения частиц на экваторе звезды совпадает с первой космической скоростью (если скорость еще больше, то частица улетит с поверхности). Скорость движения по круговой орбите $V = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ (M - масса тела, R - его радиус, G - гравитационная постоянная), то минимальный возможный период выражается как $P = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi R^{3/2}}{\sqrt{GM}}$. Учитывая, что средняя плотность звезды $\rho = \frac{3M}{4\pi R^3}$, получаем, что $P = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$. Подставляем числовые данные, получаем результат $P \approx 3 \cdot 10^7\ с \approx 1\ год$.

Ответ: $P \approx 3 \cdot 10^7\ с \approx 1\ год$.

4. Система оценивания. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – **8**. Указание, что минимально возможный период осевого вращения связан с максимальной скоростью движения частиц на экваторе звезды – 2 балла. Указание, что эта скорость – первая космическая – 2 балла. Знание формулы определения 1 космической скорости – 1 балл, формулы связи периода и скорости вращения – 1 балл. Преобразование формулы для периода, выразив его через плотность – 1 балл, числовой ответ – 1 балл.

5. Условие. У спектрально-двойной звезды выявлено периодическое смещение спектральных линий попеременно то в одну, то в другую сторону от центрального положения, как на рисунке. Причем смещение $+\Delta\lambda$ в красную область больше, чем смещение в синюю $-\Delta\lambda$. Объясните причину смещения спектральных линий и причину несимметричности их смещения.

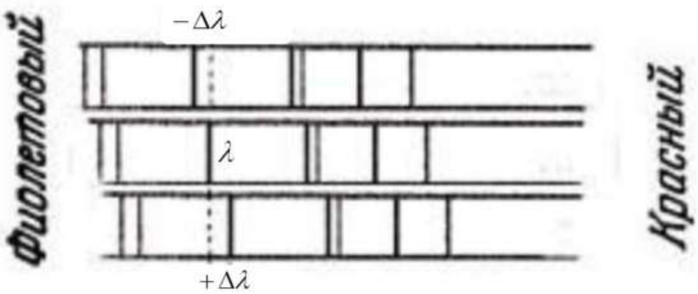

Рис. Смещение спектральных линий в спектре звезды

5. Решение. Смещение спектральных линий вызвано движением одного из компонентов (с малой массой) вокруг центральной звезды, проявление эффекта Доплера. Смещение линии в красную область спектра свидетельствует об удалении звезды, а в синюю — приближение. По величине смещения можно определить скорость движения звезды. Неодинаковость величины смещения говорит о неодинаковости скорости движения по направлению от нас и к нам, а это может быть в том случае, если звезда движется не по круговой орбите, а по эллиптической. Согласно второму закону Кеплера, в периастре скорость звезды больше, а в апоастре меньше.

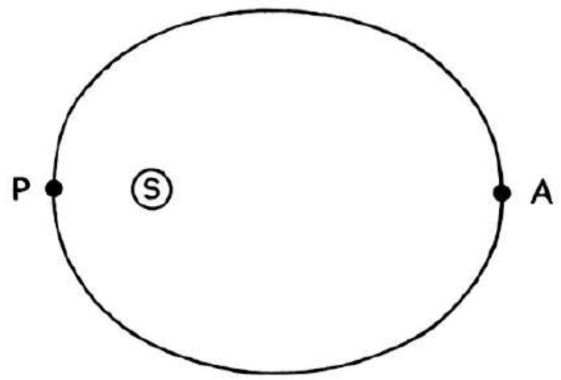

Рис. Движение звезды в периастре и апоастре.

5. Система оценивания. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – **5**. Указание причины, вызывающей смещение спектральных линий, движением одного из компонентов (с малой массой) вокруг центральной звезды – 2 балла. Указание связи смещения и скорости звезды – 1 балл. Определение формы орбиты, используя знание второго закона Кеплера – 2 балла.