Всероссийская олимпиада школьников

Муниципальный этап

Астрономия, 2021

8 классы

Критерии проверки

Все задания по 8 баллов

Задача 1 (8 баллов)

Коммандер Спок привёл свой “Энтерпрайз” к системе красного карлика TRAPPIST-1, находящегося на расстояние 40 световых лет от Солнца. Для навигации в окрестностях звезды нужно рассчитать параметры орбит планет, которые вращаются вокруг неё. Помогите коммандеру Споку определить период обращения самой дальней из планет, находящейся на расстоянии 0.0596 а.е. от звезды, если ближайшая к ней планета делает один оборот за 1,5108 земных суток и находится на расстоянии 0,01111 а.е. от звезды. Для расчётов воспользуйтесь третьим законом Кеплера, связываюшим периоды обращений разных планет T и расстояния до них a:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Решение

Для решения задачи достаточно из приведённой формулы третьего закона Кеплера выразить период обращения одной из планет:

$$T_1=T_2\sqrt{\frac{a_1^3}{a_2^3}}$$

Подставляя числовые значения, окончательно получим:

$$T_1=18,77\,суток$$

Ответ: 18,77 суток

Ориентировочные критерии оценивания:

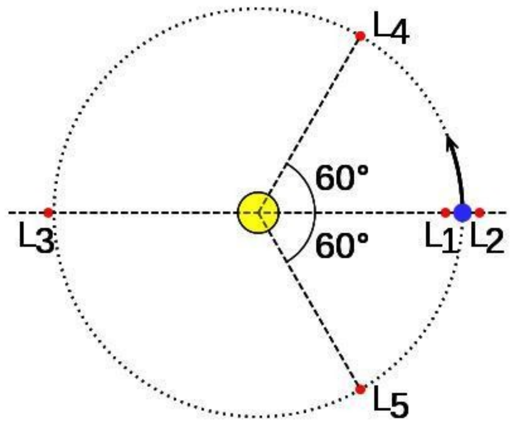
2 балла за использование третьего закона Кеплера

4 балла за вывод формулы для расчёта искомого периода обращения

2 балла за получение правильного числового результата

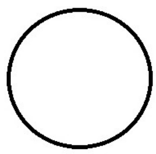
Задача 2 (8 баллов)

Гениальный инженер Имон Ласк решил запустить в космос сразу четыре исследовательские станции для наблюдений за Землёй. Ракеты доставили их в каждую из точек Лагранжа (см. рисунок), кроме находящейся за Солнцем точки L3. В точках Лагранжа силы притяжения Солнца и Земли уравновешиваются, и станции могут оставаться неподвижными относительно системы Солнце-Земля. Однако исследования оказались затруднены тем, что наблюдатели на каждой из станций видят Землю, по-разному освещённую Солнцем. Помогите учёным разобраться в ситуации, нарисовав, как диск Земли будет освещён Солнцем с точки зрения наблюдателей на каждой из станций. Орбиту Земли считать круговой.

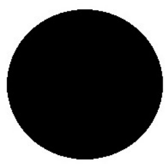


<u>Решение</u>

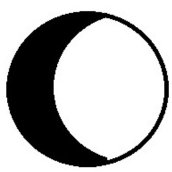
Для точки Лагранжа L_1Земля выглядит как:



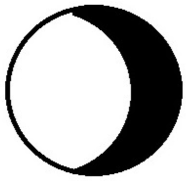
Для точки Лагранжа L_2 Земля выглядит как:



Для точки Лагранжа L_4Земля выглядит как:



Для точки Лагранжа L_5Земля выглядит как:



Ориентировочные критерии оценивания:

По 2 балла за каждый корректно нарисованный рисунок

Задача 3 (8 баллов)

Приехав в Европу, великий учёный Мумба-Тутумба из далёкого африканского племени, впервые смог взглянуть в телескоп на звёздное небо северного полушария. Приглядевшись к галактике Андромеды, он был поражён – тусклые, незаметные невооружённым взглядом звёзды в ней были расположены гораздо шире, чем видимая её часть. Мумба-Тутумба прикинул, что её угловой диаметр в девять раз больше углового диаметра Луны! Вернувшись на родину, Мумба-Тутумба решил рассказать своим соплеменникам про удивительное открытие, но увы – из южного полушария галактика Андромеды не видна. Помогите учёному определить истинный диаметр галактики, чтобы впечатлить этими цифрами своих слушателей, если из справочников известно, что расстояние до неё составляет 2,5 миллиона световых лет, расстояние до Луны – 384 тысячи километров, а её реальный диаметр – 3474 километра. Для удалённых объектов их угловой размер γ равен отношению реального размера объекта к расстоянию до него.

Решение

Угловой диаметр Луны определяется как:

$$\gamma = \frac{d}{l}$$

где d – линейный диаметр Луны, а l – расстояние до неё. Значение углового диаметра можно посчитать явно, а можно сразу подставить его в формулу для расчёта линейного диаметра галактики Андромеды:

$$D = 9\gamma L = 9\frac{d}{l}L$$

где D – искомый диаметр, а L – расстояние до неё. Подставляя числовые значения, окончательно получим:

$$D = 9\frac{3474}{384\,000}2{,}5 \cdot 10^6\,св.\,лет \approx 200\,000\,св.\,лет$$

Ответ: 200 000 св. лет

Ориентировочные критерии оценивания:

2 балла за запись формулы для определения углового размера

4 балла за вывод формулы для линейного размера галактики Андромеды ИЛИ получение числового значения углового размера Луны

2 балла за получение правильного числового результата

Задача 4 (8 баллов)

Безумный учёный изобрёл удивительный прибор, который может изменить массу Земли без изменения её размеров. Определите, во сколько раз изменится синодический период Луны (то есть время полного цикла смен её фаз), если учёный задействует своё изобретение и увеличит массу Земли вчетверо? Синодический период S связан с сидерическим периодом (временем обращения Луны вокруг Земли) T и одним земным годом $T_З$ по закону:

$$\frac{1}{S}=\frac{1}{T}-\frac{1}{T_З}$$

Для расчёта сидерического периода воспользуйтесь обобщённым третьим законом Кеплера:

$$T=\sqrt{\frac{4\pi^2}{GM}a^3}$$

где a – расстояние между объектами, T – период обращения, M – масса центрального объекта. Сидерический период Луны в настоящее время составляет 27,32 суток.

Решение

Выразим синодический период через земной год и сидерический период обращения Луны:

$$\frac{1}{S}=\frac{T_З-T}{T_З T}$$

$$S=\frac{T_З T}{T_З-T}$$

Искомое отношение S_2/S_1 примет вид:

$$\frac{S_2}{S_1}=\frac{T_2(T_З-T_1)}{T_1(T_З-T_2)}$$

Обратимся теперь к выражению для сидерического периода, подставив в него вчетверо большую массу:

$$T_2=\sqrt{\frac{4\pi^2}{GM_2}a^3}=\sqrt{\frac{4\pi^2}{4GM_1}a^3}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{4\pi^2}{GM_1}a^3}=\frac{T_1}{2}$$

Подставляя теперь получившееся выражение для T_2 в формулу для отношения синодических периодов, получим:

$$\frac{S_2}{S_1}=\frac{T_1\left(T_3-T_1\right)}{2T_1\left(T_3-\frac{T_1}{2}\right)}=\frac{T_3-T_1}{2T_3-T_1}$$

Окончательно имеем:

$$\frac{S_2}{S_1}=\frac{365{,}25-27{,}32}{2\cdot 365{,}25-27{,}32}=0{,}48$$

Таким образом, новый синодический период уменьшится в сравнении со старым в:

$$\frac{1}{0{,}48}=2{,}08\,\textit{раза}$$

<u>Ответ</u>: уменьшится в 2,08 раза, составит 0,48 от старого.

<u>Ориентировочные критерии оценивания:</u>

1 балла за выражение синодического периода через сидерический и земной год

2 балла за выражение нового сидерического периода Луны через старый

3 балла за запись выражения для отношения синодических периодов

2 балла за получение правильного числового результата