

Всероссийская олимпиада школьников

Муниципальный этап

Астрономия, 2021

9 классы

Критерии проверки

Все задания по 8 баллов

Задача 1 (8 баллов)

Экипаж “Энтерпрайза” попал в затруднительную ситуацию – из-за ошибки в навигации они оказались опасно близко к чёрной дыре Стрелец А*, которая находится в центре нашей Галактики. Помогите командеру Споку определить гравитационный радиус этой чёрной дыры, чтобы проложить безопасный курс, если известно, что её масса равна $4.36 \cdot 10^6 M_{\odot}$. Гравитационный радиус можно определить как расстояние от центра гравитирующего тела, на котором вторая космическая скорость равна скорости света.

Решение

Для второй космической скорости имеем:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Подставив вместо v скорость света c , и выразив R , получим формулу для определения гравитационного радиуса r_g чёрной дыры:

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}$$

Подставляя в неё числовые значения, окончательно получим:

$$r_g = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 4,36 \cdot 10^6 \cdot 1,989 \cdot 10^{30}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 12,85 \cdot 10^9 \text{ метров}$$

Ответ: 12,85 миллионов километров

Ориентировочные критерии оценивания:

2 балла за использование формулы для второй космической скорости

4 балла за получение формулы для гравитационного радиуса чёрной дыры

2 балла за получение правильного числового результата

Задача 2 (8 баллов)

Исследуя новую звёздную систему, экипаж “Энтерпрайза” отметил странную особенность – линейная скорость обращения планеты вокруг центральной звезды в ней оказалась в 20 раз больше линейной скорости обращения спутника планеты вокруг нее. Помогите исследователям выяснить, во сколько раз отличаются угловые размеры спутника и светила в небе планеты, если по всем остальным параметрам планета подобна Земле, звезда – Солнцу, а спутник – Луне.

Решение

Линейная скорость вращения по круговой орбите вычисляется по формуле:

$$V = \sqrt{\frac{GM}{R}},$$

где M – масса центрального тела, R – радиус орбиты. По условию имеем:

$$V_{nl} = \sqrt{\frac{GM_c}{R_{nl}}}, V_{cn} = \sqrt{\frac{GM_z}{R_{cn}}}, V_{nl} = 20 V_{cn}$$

Здесь мы учли, что планета подобна Земле, а звезда подобна Солнцу, поэтому нам можно считать известными массы этих тел. После возведения в квадрат последнего равенства получим выражение, связывающее радиусы орбиты планеты и спутника:

$$M_c / R_{nl} = 400 M_z / R_{cn} \rightarrow R_{nl} / R_{cn} = M_c / 400 M_z$$

Угловой диаметр небесного тела по определению есть линейный диаметр, деленный на расстояние до небесного тела:

$$\delta = d / R.$$

Учитывая, что диаметр спутника равен диаметру Луны, а диаметр звезды равен диаметру Солнца, получим:

$$\delta_{cn} / \delta_{зв} = (d_l / R_{cn}) : (d_c / R_{nl}) = M_c d_l / (400 M_z d_c).$$

Подставляя значения величин из справочника, окончательно имеем:

$$\delta_{cn} / \delta_{зв} = 2,08$$

Ответ: угловые размеры различаются в 2,08 раза

Ориентировочные критерии оценивания:

1 балл за запись формулы связи линейной скорости и параметров орбиты

- 2 балла за получение связи радиусов орбит планеты и спутника
- 1 балла за запись формулы для определения углового диаметра
- 2 балла за получение выражения для соотношения угловых диаметров
- 2 балла за получение правильного числового результата

Задача 3 (8 баллов)

Ускорение свободного падения на некоторой планете в 2 раза больше земного, а средняя плотность вещества этой планеты в 2 раза меньше земной. Найти радиус и массу этой планеты. Ответ запишите в единицах радиуса и массы Земли.

Решение

Ускорение свободного падения для тела массы M и радиуса R равно, как известно,

$$g = GM/R^2$$

Из условия задачи следует, что

$$GM/R^2 = 2GM_0/R_0^2$$

Здесь индекс “0” относится к Земле. Средняя плотность есть отношение массы к объему, т.е. можно записать, что

$$\frac{M}{4\pi R^3/3} \cdot 2 = \frac{M_0}{4\pi R_0^3/3}.$$

Разделив первое равенство на второе, после сокращения, получим

$$R = 4R_0$$

Т.е., планета в 4 раза больше Земли. Массу найдем из первого условия, уже зная R :

$$M = 32M_0$$

Ориентировочные критерии оценивания:

- 2 балла за правильно выраженное ускорение свободного падения через массу и радиус
- 2 балла за выражение средней плотности вещества планеты
- 2 балла за запись выражения для радиуса планеты
- 2 балла за запись выражения для массы планеты

Задача 4 (8 баллов)

Астрономы наблюдают прохождение планеты по диску звезды в планетной системе. Во время прохождения планета движется по экватору звезды и яркость звезды падает на $1/10000$ долю от своей величины. Длительность этого падения яркости составляет 10 минут. Считая планету подобной Земле, найдите радиус ее орбиты вокруг звезды, если период обращения планеты равен 3 земным годам. Расстояния до планетной системы считать большим по сравнению с расстоянием между звездой и планетой, а радиус планетной орбиты считать много большим по сравнению с радиусом звезды.

Решение

Падение яркости звезды на $0,0001$ долю означает, что планета закрывает такую же долю звездного диска по площади. Следовательно, размер планеты меньше размера звезды в 100 раз (ведь видимая площадь диска небесного тела пропорциональна квадрату его радиуса).

Т.к. по условию радиус планетной орбиты много больше размера звезды, то мы можем считать, что за время прохождения планеты по диску, ее путь практически не отличается от отрезка прямой. Поскольку длительность прохождения планеты по диску составляет 10 минут, то это означает, что центр планеты проходит расстояние, равное 100 планетным радиусам, за 10 минут.

Т.к. планета подобна Земле, то мы можем считать ее радиус равным 6400 км. Следовательно, скорость движения планеты составляет

$$6400/600 = 10.67 \text{ км/с.}$$

За 1,5 земных года планета, двигаясь с такой скоростью пройдет путь, равный

$$10,67 \cdot 3 \cdot 86400 \cdot 365 = 1 \text{ млрд. км.}$$

Радиус орбиты найдем, разделив эту величину на 2π :

$$R = 160 \text{ млн. км.}$$

Ориентировочные критерии оценивания:

2 балла за определение соотношения размеров звезды и планеты

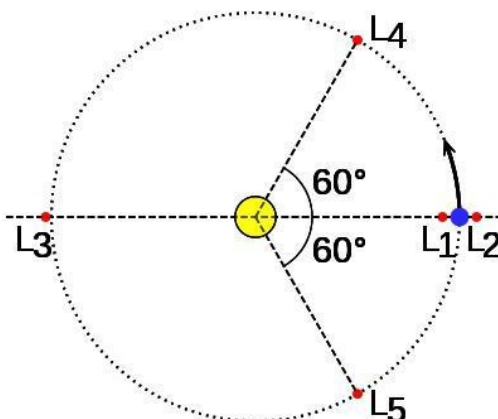
2 балла за обоснование прямолинейности пути планеты

2 балла за определение пути, проходимого планетой во время движения по звёздному диску

2 балла за получение правильного числового результата

Задача 5 (8 баллов)

Гениальный инженер Имон Ласк решил запустить в космос сразу четыре исследовательские станции для наблюдений за Землёй. Ракеты доставили их в каждую из точек Лагранжа (см. рисунок), кроме находящейся за Солнцем точки L_3 . В точках Лагранжа силы притяжения Солнца и Земли уравниваются, и станции могут оставаться неподвижными относительно системы Солнце-Земля. Однако исследования оказались затруднены тем, что наблюдатели на каждой из станций видят Землю, по-разному освещённую Солнцем. Помогите учёным разобраться в ситуации, вычислив фазу освещения Земли и нарисовав, как диск Земли будет освещён Солнцем с точки зрения наблюдателей на каждой из станций. Орбиту Земли считать круговой.



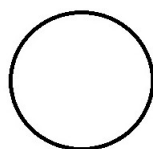
Решение

Фаза вычисляется по формуле:

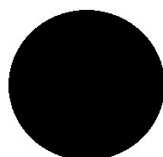
$$\Phi = \frac{1 + \cos \varphi}{2}$$

где φ – фазовый угол, то есть угол между направлением от наблюдаемого объекта на Солнце и направлением от наблюдаемого объекта на точку наблюдения.

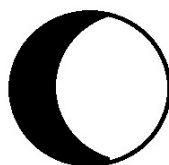
Для точки Лагранжа L_1 : $\varphi = 0^\circ \Rightarrow \Phi = \frac{1 + \cos \varphi}{2} = 1$, значит из точки наблюдения Земля выглядит как:



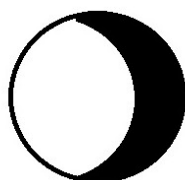
Для точки Лагранжа L_2 : $\varphi = 180^\circ \Rightarrow \Phi = \frac{1 + \cos \varphi}{2} = 0$, значит из точки наблюдения Земля выглядит как:



Для точки Лагранжа L_4 : $\varphi = 60^\circ$ (*т.к. треугольник равносторонний*) $\Rightarrow \Phi = \frac{1 + \cos \varphi}{2} = \frac{3}{4}$, значит из точки наблюдения Земля выглядит как:



Для точки Лагранжа L_5 : $\varphi = 60^\circ$ (*т.к. треугольник равносторонний*) $\Rightarrow \Phi = \frac{1 + \cos \varphi}{2} = \frac{3}{4}$, значит из точки наблюдения Земля выглядит как:



Ориентировочные критерии оценивания:

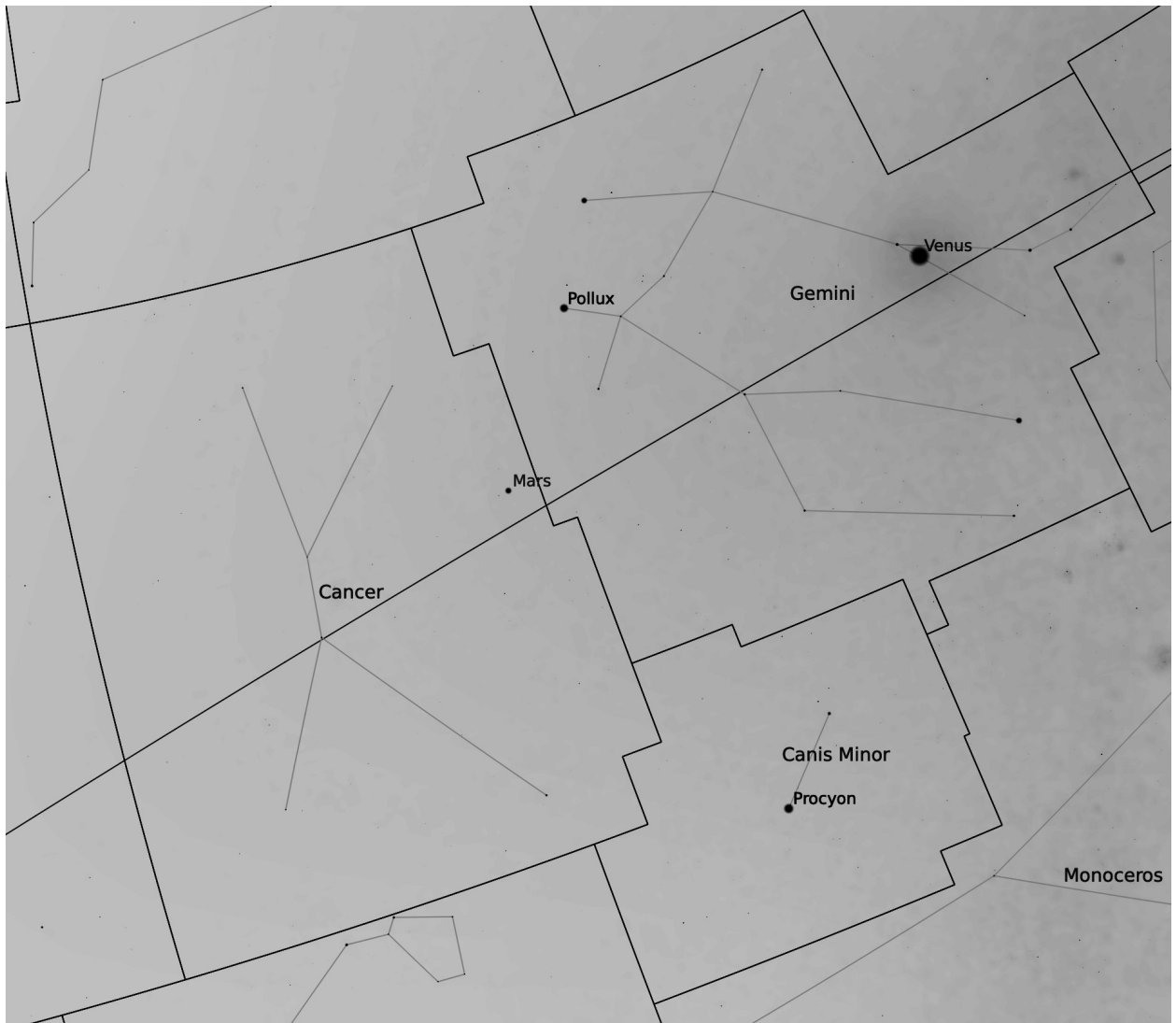
По 1 баллу за корректное определение каждой фазы

По 1 баллу за корректно нарисованный каждый рисунок

Задача 6 (8 баллов)

Молодой астроном Петя сфотографировал участок звёздного неба. Для удобства обрабатывая негатив фотографии, он обозначил на нём два зодиакальных созвездия, Рака и Близнецов, а также провёл линию эклиптики, то есть плоскость орбиты Земли. Из справочника Петя узнал, что линия эклиптики в расположенном слева созвездии Рака занимает 20 градусов. Помогите Пете посчитать, сколько градусов занимает линия эклиптики в созвездии Близнецов и сколько градусов на небесной сфере разделяют Марс

и Венеру? Кроме того, определите площадь созвездия Рака в квадратных градусах.



Решение

Для решения данной задачи необходимо линейкой измерить расстояние АВ (см. рисунок) и соотнести его с расстояниями ВС и DE (см. рисунок).

Измерения дают следующие результаты:

$$\frac{BC}{AB} \approx 1,36$$

Следовательно $BC \approx 1,36 \cdot 20^\circ \approx 27^\circ$, в качестве допустимого диапазона для правильного ответа можно принять $BC \in [25^\circ, 29^\circ]$.

Аналогично $BC \approx 0,97 \cdot 20^\circ \approx 20^\circ$, в качестве допустимого диапазона для правильного ответа можно принять $BC \in [18^\circ, 21^\circ]$.



Для определения площади созвездия Рака можно воспользоваться двумя приближениями (см. рисунки). Более точный метод подразумевает разбиение созвездия на прямоугольники, рассчитав площадь каждого из которых, можно найти суммарную площадь. Правильный ответ должен содержаться внутри диапазона [485 кв. град.; 515 кв. град.]



Менее точный метод: представить все созвездие в виде прямоугольника и посчитать его площадь как целого.



Допустимы любые альтернативные разбиения созвездия на геометрические фигуры, дающие ответ в указанном диапазоне.

Ориентировочные критерии оценивания:

- 1 балл за проведение измерений расстояний на фото
- 2 балла за использование принципа пропорциональности
- 1 балл за получение правильного числового результата для линии эклиптики
- 1 балл за получение правильного числового результата для углового расстояния между Марсом и Венерой
- 2 балла за использование одного из корректных приближений или разбиений для определения угловой площади созвездия
- 1 балл за получение правильного значения площади