

Ключи ответов

Решение каждого задания оценивается по 8-балльной системе. Альтернативные способы решения задачи, не учтенные составителями задач в рекомендациях, при условии их правильности и корректности также оцениваются в полной мере. Ниже представлена общая схема оценивания решений.

- 0 баллов — решение отсутствует, абсолютно некорректно, или в нем допущена грубая астрономическая или физическая ошибка;
- 1 балл — правильно угадан бинарный ответ («да-нет») без обоснования;
- 1–2 балла — попытка решения не принесла существенных продвижений, однако приведены содержательные астрономические или физические соображения, которые можно использовать при решении данного задания;
- 2–3 балла — правильно угадан сложный ответ без обоснования или с неверным обоснованием;
- 3–6 баллов — задание частично решено;
- 5–7 баллов — задание решено полностью с некоторыми недочетами;
- 8 баллов — задание решено полностью.

Выставление премиальных баллов (оценка за задание более 8 баллов) на муниципальном этапе не допускается. Общая оценка за весь этап получается суммированием оценок по каждому из заданий. Таким образом, максимальная оценка за весь муниципальный этап составляет 48 балла.

1. На нашей планете требуется возвести новую обсерваторию, работающая в оптическом диапазоне. Если бы Вам представилось возможность выбрать место для её строительства, то какие наиболее важные факторы Вы бы учли и почему?

Решение.

Самые важные факторы — это большое количество ясных дней, отсутствие засветки неба от близлежащих населенных пунктов и стабильность атмосферы, от которой будет сильно зависеть качество изображения. Часто даже при ясной погоде из-за «атмосферного дрожания» изображения звезд размываются до размеров в несколько угловых секунд. Это сильно ограничивает разрешающую способность инструмента.

И ещё один фактор нужно принять во внимание — доступность наблюдениям как можно большей части небесной сферы. Чем ближе обсерватория будет к экватору, тем большая часть небесной сферы будет доступна наблюдениям. Но, как известно, в экваториальной зоне Земли очень мало ясных дней и очень большая влажность. Поэтому современные обсерватории строятся, в основном, в тропических поясах нашей планеты.

2. Космонавт на Луне находится рядом со скалой, которая отбрасывает тень длиной около 8 м. Можно ли безопасно спрыгнуть с этой скалы, если расположенный рядом камень высотой 0,5 м, отбрасывает тень длиной 0,4 м. Ответ обоснуйте. Ускорение свободного падения на Луне $1,6 \text{ м/с}^2$.

Решение.

Высота скалы из подобия треугольников $h_1 = \frac{l_1 h_2}{l_2} = \frac{8 \cdot 0,5}{0,4} = 10 \text{ м}$

Скорость, набранная телом в свободном падении, с этой скалы составит

$$v = \sqrt{2ah_1} = \sqrt{2 \cdot 1,6 \cdot 10} = 5,7 \text{ м/с}$$

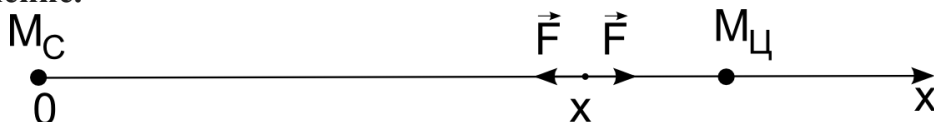
На Земле это примерно эквивалентно падению с высоты $x = \frac{v^2}{2g} = \frac{(5,7)^2}{2 \cdot 9,8} = 1,6 \text{ м}$ и всего

на 0,6 м/с превосходит максимально допустимую вертикальную скорость снижения парашютиста на Земле, так что прыжок с такой скалы на Луне можно признать условно безопасным.

Ответ: Прыжок со скалы высотой 10 м на Луне можно признать условно безопасным.

3. Ближайшая к Солнцу звезда – это тройная система α Центавра с массами компонентов 1,1; 0,9 и 0,12 солнечной. Расстояние до неё составляет 4,36 св. года. Опираясь на эти данные оцените размер облака Оорта. (Облако Оорта — гипотетическая сферическая область Солнечной системы, служащая источником долгопериодических комет.)

Решение.



Внешняя граница облака Оорта проходит там, где уравниваются силы притяжения Солнца и α Центавра на ядро кометы m

$$G \frac{M_C m}{x^2} = G \frac{M_{Ц} m}{(l-x)^2}, \quad l - \text{расстояние между Солнцем и системой } \alpha \text{ Центавра}$$

$$M_{Ц} = 2,12M_C, \quad \frac{M_C}{x^2} = \frac{2,12M_C}{(l-x)^2}, \quad 2,12x^2 = l^2 - 2lx + x^2, \quad 1,12x^2 + 2lx - l^2 = 0,$$

$$D = (2l)^2 - 4 \cdot 1,12 \cdot (-l^2) = 4l^2 + 4,48l^2 = 8,48l^2$$

$$x_1 = \frac{-2l + \sqrt{8,48l^2}}{2} = \frac{-2 + \sqrt{8,48}}{2} l = \frac{-2 + \sqrt{8,48}}{2} \cdot 4,36 = 2 \text{ св. г}$$

$$x_2 = \frac{-2l - \sqrt{8,48l^2}}{2} = -\frac{2 + \sqrt{8,48}}{2} l \quad (\text{отбросим, т.к. } x_2 > l)$$

Ответ: $x = 2 \text{ св. г}$

4. С планеты, какого размера современная ракета-носитель ещё сможет вывести небольшой спутник на низкую орбиту, если ракета может сообщить аппарату скорость 15 км/с, плотность планеты равна плотности Земли.

Решение.

$$m \frac{v^2}{r} = G \frac{Mm}{r^2}, \quad v = \sqrt{\frac{GM}{r}} - \text{первая космическая скорость.}$$

$$\rho = \frac{M}{V}, \quad V = \frac{4}{3}\pi r^3, \quad M = \rho \frac{4}{3}\pi r^3, \quad v = \sqrt{\frac{G\rho \frac{4}{3}\pi r^3}{r}} = r\sqrt{G\rho \frac{4}{3}\pi},$$

$$r = \frac{v}{\sqrt{\frac{4}{3}\pi G\rho}} = \frac{15 \cdot 10^3}{\sqrt{\frac{4}{3}\pi \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5500}} = 12 \cdot 10^6 \text{ м}$$

Ответ: $r = 12 \cdot 10^6 \text{ м}$

5. При каком периоде обращения сферический астероид массой 10^9 кг и диаметром 100 м начнет разрушаться из-за слишком быстрого вращения.

Решение. На отдельно взятый малый камень на поверхности астероида будут действовать силы $F_T = G \frac{Mm}{R^2}$, $F_{Ц} = ma$, $a = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2}{T^2} R$, так как по условию задачи требуется рассмотреть случай, когда на поверхности астероида наступит невесомость,

$$\text{то} \quad F_T = F_{Ц}, \quad G \frac{Mm}{R^2} = ma, \quad G \frac{M}{R^2} = \frac{4\pi^2}{T^2} R, \quad T^2 = \frac{4\pi^2 R^3}{GM},$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 R^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot 50^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^9}} = 86 \text{ с}$$

Ответ: $T = 86 \text{ с}$

6. Как известно, Иоганн Кеплер в начале XVII века вывел законы движения планет как обобщение наблюдательных данных, обрабатывая записи своего старшего современника Тихо Браге. Но сегодня, на основе законов механики Ньютона, можно показать справедливость данных эмпирических положений. Покажите, что для случая круговых орбит планет квадраты периодов обращения планет относятся как кубы больших полуосей их орбит.

Решение. Из второго закона Ньютона $F_1 = m_1 a_1$ и закона всемирного тяготения

$$F_1 = \frac{GMm_1}{r_1^2}, \text{ имеем, } m_1 a_1 = \frac{GMm_1}{r_1^2}.$$

Рассчитаем центростремительное ускорение при обращении тела по круговой орбите

$$a_1 = \omega_1^2 r_1, \quad \omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}, \quad a_1 = \left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 r_1. \quad m_1 \left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 r_1 = \frac{GMm_1}{r_1^2}, \quad \left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 = \frac{GM}{r_1^3}.$$

Аналогично получим для второй планеты $\left(\frac{2\pi}{T_2}\right)^2 = \frac{GM}{r_2^3}$

$$\frac{\left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2}{\left(\frac{2\pi}{T_2}\right)^2} = \frac{\frac{GM}{r_1^3}}{\frac{GM}{r_2^3}}, \text{ откуда получим } \frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{r_2^3}{r_1^3}$$

Ответ: $\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{r_2^3}{r_1^3}$