

**МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО ЭКОНОМИКЕ
В 2019/2020 УЧЕБНОМ ГОДУ
10-11 класс**

II тур. 3 задачи. 60 минут. 50 баллов.

1 Задача. 15 баллов.

На берегу Северного Ледовитого океана любимое лакомство эскимосов – мороженое в шоколадном рожке – производится и продается некоторым (конечным) числом фирм на совершенно конкурентном рынке. Известно, что всего на берегу живут 200 эскимосов, функция спроса каждого из которых $q^d = 5 - p$. Издержки одной фирмы имеют вид: $TC = 0,1 \cdot q^2 + q + 15$. На рынке установилась цена $p^* = 3$. Сколько фирм продают мороженое на берегу океана?

Ответ: 40 фирм.

Решение:

Пусть на рынке действует n фирм.

Суммарный спрос: $Q_d = 200 \cdot (5 - p) = 1000 - 200p$

Предложение одной фирмы на рынке: $MC = 0,2q + 1 = p$

Тогда суммарное предложение: $Q_s = n \cdot (5p - 5)$

Приравниваем спрос и предложение, подставив равновесную цену, равную 3, и получаем, что $n = 40$.

При правильном ответе допускается отсутствие решения.

2 Задача. 40 баллов.

Одна из распространенных задач в управленческом консалтинге – не только снизить издержки производства, но и ускорить его, чтобы фирма могла произвести больше продукции в единицу времени. Рассмотрим фирму-монополиста Φ . Изначально ее издержки производства описываются функцией $TC(q) = 10q$, функция спроса имеет вид $q = 40 - 2P$ единиц в месяц. Изначально максимальная скорость производства такова, что фирма Φ может произвести не более 8 единиц продукции в месяц.

а) (8 баллов) Найдите максимальную прибыль фирмы.

б) (8 баллов) Консалтинговая компания MBV предлагает фирме план А, при реализации которого без увеличения скорости производства себестоимость упадет на 40 % при любом объеме производства. При этом фирма Φ должна будет платить компании MBV комиссию Y каждый месяц. Найдите максимальное значение Y , которое согласится заплатить фирма Φ .

в) (6 баллов) Вместо плана А фирме Φ предлагают план Б, согласно которому максимальная скорость производства вырастет и позволит фирме выпустить на 50 % больше продукции в месяц, чем раньше. Найдите максимальное значение Y в этом случае.

г) (8 баллов) У фирмы Φ есть возможность внедрить оба плана одновременно. Найдите максимальное значение Y в этом случае.

Решение:

а) Найдем первоначальный оптимум, для чего составим функцию прибыли.

$$\pi_0(q) = (20 - q/2)q - 10q = 10q - q^2/2.$$

Фирма максимизирует эту функцию на отрезке $[0; 8]$. Функция является квадратичной, ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $q = 10$. (Это значение можно найти и приравняв производной прибыли к 0.) Следовательно, функция возрастает на допустимом отрезке $[0; 8]$, оптимальный выпуск равен $q^*_0 = 8$. При этом максимальная прибыль составит $\pi_0(8) = 80 - 32 = 48$.

Тот же результат можно получить, проанализировав функции предельного дохода ($MR = 20 - q$) и предельных издержек ($MC = 10$). При всех $q \leq 8$ выполнено $MR > MC$, так что производство всех 8 единиц выгодно фирме, то есть оптимальное значение $q^* = 8$. Функции MR и MC пересекаются в точке $q = 10$, но это больше допустимого количества.

б) После внедрения плана А функция издержек примет вид $TC(q) = 0,6 \cdot 10q + Y = 6q + Y$. Функция прибыли примет вид

$$\pi_1(q) = (20 - q/2)q - (6q + Y) = 14q - q^2/2 - Y.$$

Фирма максимизирует эту функцию на отрезке $[0; 8]$. Функция является квадратичной, ветви параболы направлены вниз, вершина параболы находится в точке $q = 14$. Следовательно, функция возрастает на отрезке $[0; 8]$, оптимальный выпуск равен $q^*_1 = 8$. При этом максимальная прибыль составит $\pi_1(8) = 112 - 32 - Y = 80 - Y$.

Тот же результат можно получить, проанализировав функции предельного дохода ($MR = 20 - q$) и предельных издержек ($MC = 6$). При всех $q \leq 8$ выполнено $MR > MC$, так что производство всех 8 единиц выгодно фирме, то есть оптимальное значение $q^* = 8$. Функции MR и MC пересекаются в точке $q = 14$, но это больше допустимого количества.

Для получения этого ответа можно формально не максимизировать новую функцию прибыли. Заметим, что при снижении предельных издержек монополиста его оптимальный выпуск увеличится, так как в силу убывания функции MR ее пересечение с MC будет правее, чем раньше. А значит, фирма по-прежнему будет производить максимально доступное количество товара.

Чтобы узнать максимально допустимое для фирмы значение Y , решим неравенство $80 - Y \geq 48$. Получаем, что за план А фирма будет готова платить не более, чем 32 ден. ед.

в) Функция прибыли не изменится; изменится отрезок, на котором фирма проводит оптимизацию. Теперь фирма будет максимизировать прибыль на отрезке $[0; 12]$. Заметим, что теперь отрезок содержит вершину параболы $q^* = 10$, найденную в пункте а). Значит, фирма выберет этот объем выпуска. Максимальная прибыль составит $\pi_0(10) - Y = 50 - Y$.

Решая неравенство $50 - Y \geq 48$, получаем, что за план Б фирма будет готова платить не более, чем 2 ден. ед.

г) Теперь изменится и функция прибыли, и отрезок. Фирма будет максимизировать функцию $\pi_1(q) = 14q - q^2/2 - Y$ на отрезке $[0; 12]$. В пункте б) мы видели, что эта функция является квадратичной, ветви параболы направлены вниз, вершина параболы находится в точке 14. Следовательно, функция возрастает на отрезке $[0; 12]$, оптимальный выпуск равен

12. Максимальная прибыль составит $\pi_1(12) = 14 \cdot 12 - 12^2/2 - Y = 12 \cdot (14 - 6) - Y = 12 \cdot 8 - Y = 96 - Y$.

Решая неравенство $96 - Y \geq 48$, получаем, что за план Б фирма будет готова платить не более, чем 48 ден. ед.

Примечание 1. Почему ответ в г) получился большим, чем сумма ответов в б) и в)? Дело в том, что чем больше единиц продукции фирма может выпустить, тем более выгодным для нее является потенциальное снижение себестоимости, и поэтому между этими мерами, как говорят, возникает синергия.

Примечание 2. В жизни, как правило, консультанты работают над повышением производительности фирм, что одновременно снижает себестоимость и увеличивает максимальный объем производства (как в пункте г)). Действительно, допустим фирма располагает K единиц капитала, каждая из которых производит a единиц продукции; аренда каждой единицы капитала обходится в r ден. ед. в месяц. Тогда средние издержки производства содержат слагаемое r/a , а максимальный объем производства равен aK . При росте a будет наблюдаться как снижение себестоимости, так и рост максимального объема производства

Примечание 3. В качестве дополнительного задания на уроках экономики можно найти, площадям каких фигур на стандартном графике монополии соответствуют ответы этой задачи.

Примечание 4. Участник может всюду считать максимальную прибыль без учета платы консультантам (Y), а затем считать разность прибылей для ответа на вопрос о том, сколько фирма готова заплатить. Такое решение корректно.

При проверке за арифметическую ошибку в любом из пунктов снимается 1 балл, если она не привела к существенным искажениям последующих ответов (то есть не повлияло на решение фирмы о производстве максимально допустимого количества). При этом, если ошибка, например, в пункте а) повлекла за собой неправильный ответ в пунктах б) и в), 1 балл снимается только один раз.

а) Если объем $q = 10$ получен с помощью нахождения вершины параболы и сделан вывод о том, что оптимальный объем равен 8, но при этом не указано, что ветви параболы направлены вниз, снимается 3 балла. Действительно, именно то, что ветви параболы направлены вниз, означает, что функция прибыли возрастает на отрезке $[0; 8]$ и что оптимальным является объем $q = 8$.

Аналогично, если ответ получен с помощью анализа MR и MC , то должна быть ссылка на то что $MR > MC$ на всем допустимом отрезке (при этом сам объем $q = 10$, где они пересекаются, искать необязательно), без такой ссылки при правильном ответе участник теряет 3 балла.

Таким образом, следующие рассуждения оцениваются в 5 баллов из 8:

1) Составим функцию прибыли. Ее максимум в точке $q = 10$, но эта точка недоступна, поэтому фирме следует выбрать самое близкое значение $q = 8$.

2) Найдем функции MR и MC . Они пересекаются в точке $q = 10$, но эта точка недоступна, поэтому фирме следует выбрать самое близкое значение $q = 8$.

Во всех случаях корректная иллюстрация (график функции прибыли или картинка к модели монополии с MR и MC) считается достаточным обоснованием выборочки $q = 8$, то есть при наличии такой иллюстрации 3 балла не снимаются.

Если участник просто приравнивает MR и MC , просто находит вершину параболы или приравнивает к нулю производную функции прибыли (и получает таким образом ответ $q = 10$), то он получает 3 балла за весь пункт, из которых 1 балл снимается, если он не проверил выполнение достаточного условия (то есть не указал, что ветви параболы направлены вниз, не проверил знак второй производной и не указал, что MR пересекает MC «сверху»). Во всех случаях корректная иллюстрация (нарисованный график функции прибыли или картинка к модели монополии с MR и MC) считается проверкой достаточных условий.

б) Схема проверки аналогична пункту а).

в) В этом пункте участник может просто сделать корректный вывод из своих результатов пункта а). Если получен ошибочный вывод о том, что оптимальный объем равен 12 (то есть что фирма будет производить весь максимальный объем), за пункт ставится 0 баллов.

г) Схема проверки аналогична пунктам а) и б). Если участник в качестве ответа приводит сумму ответов в б) и в) (если у него эти ответы верные, то должно получиться $32 + 2 = 34$), за пункт ставится 0 баллов.