

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО ЭКОНОМИКЕ. 2020-2021 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

11 класс

Выберите один правильный ответ, 5 заданий по 2 балла.

1. Наблюдается рост цен на нефть. К каким последствиям это скорее всего приведет?

- а) Падение котировок акций нефтедобывающих компаний;
- б) Рост цен на бензин;
- в) Снижение цен на рынке автоперевозок;
- г) Снижение цен на солнечные панели;

Решение. Ответ: б)

Нефть является одним из ресурсов, используемых для производства бензина. Если стоимость ресурса растет, стоимость итогового товара также растет.

2. На рынке совершенной конкуренции в долгосрочном периоде цена:

- а) Ниже значения минимума средних издержек;
- б) Стремится к значению минимума средних издержек;
- в) Выше значения минимума средних издержек;
- г) Равна значению минимума предельных издержек;

Решение. Ответ: б).

В долгосрочном периоде на рынке совершенной конкуренции прибыль каждой компании стремится к нулю, что равносильно утверждению, что цена стремится к минимуму средних издержек.

3. Укажите факторный доход на фактор производства капитал:

- а) Рента;
- б) Заработная плата;
- в) Прибыль;
- г) Процент;

Решение. Ответ: г)

Факторный доход на фактор производства капитал является процентом.

4. В случае линейного спроса и квадратичной функции общих издержек, если монопольное предприятие разбивается на несколько конкурирующих фирм:

- а) Потребительский излишек увеличивается, излишек производителя увеличивается;
- б) Потребительский излишек снижается, излишек производителя увеличивается;
- в) Потребительский излишек увеличивается, излишек производителя снижается;
- г) Потребительский излишек снижается, излишек производителя снижается;

Решение. Ответ: в)

При демонаполизации цена снижается, объем торгов растет. Таким образом, потребительский излишек увеличивается, а излишек производителя снижается. Это происходит в силу того, что общественно оптимальное равновесие предполагает меньшую цену и большее количество. Данная точка не выбирается монополистом, который выбирает другую точку – в ней его излишек растет, а излишек потребителя снижается.

5. В случае если предприятие получает положительную бухгалтерскую прибыль:
- а) Экономическая прибыль положительна;
 - б) Экономическая прибыль отрицательна;
 - в) Экономическая прибыль равна нулю;
 - г) Экономическая прибыль может быть отрицательной, положительной или равной нулю.

Решение. Ответ: г)

Экономическая прибыль равна бухгалтерской за вычетом величины альтернативных издержек. Так как значение альтернативных издержек неизвестно, величина экономической прибыли может быть любой.

Выберите все правильные ответы, 5 заданий по 4 балла.

6. Укажите, благосостояние каких агентов увеличивается в случае укрепления национальной валюты относительно мировой.
- а) Работники иностранных компаний, проживающие в данной стране, но получающие зарплату в мировой валюте;
 - б) Компания, занимающаяся перепродажей импортной продукции на внутреннем рынке данной страны;
 - в) Компания, добывающая сырье и экспортирующая его на мировой рынок;
 - г) Проживающие в данной стране, потребляющие преимущественно импортную продукцию;

Решение. Ответ: б), г)

В случае укрепления национальной валюты импорт становится сравнительно дешевле, поэтому увеличивается благосостояние агентов, специализирующихся на импорте.

7. Укажите все верные утверждения для рынка совершенной конкуренции в долгосрочном периоде:
- а) Прибыль каждой фирмы равна нулю;
 - б) Прибыль некоторых фирмы положительна;
 - в) Цена равна значению предельных издержек;
 - г) Постоянные издержки отсутствуют;

Решение. Ответ: а), в), г)

В долгосрочном периоде прибыль каждой фирмы равна нулю, цена равна минимуму средних издержек и одновременно величине предельных издержек, а все постоянные издержки становятся переменными.

8. Даны две закрытые страны, производящие два одинаковых блага. Выберите все верные утверждения для случая, если страны начали торговать между собой:
- а) Благополучие каждой страны может не измениться;
 - б) Благополучие страны, не имеющей абсолютного преимущества не может увеличиться;
 - в) Благополучие обеих стран может увеличиться;
 - г) В случае, если у одной страны увеличилось благополучие, у другой благополучие должно уменьшиться;

Решение. Ответ: а), в)

В случае, если альтернативные издержки производства одного из благ в выражении второго блага совпадают у обеих стран, при открытии к торговле благополучие стран не изменится. Если же альтернативные издержки не равны, страны выиграют в благополучии от торговли между собой.

9. Выберите все НЕВЕРНЫЕ утверждения:

- а) Индекс Лернера принимает значения не больше единицы;
- б) Индекс Лернера для случая совершенной конкуренции равен единице;
- в) Индекс Лернера для случая монополии всегда равен нулю;
- г) Индекс Лернера используется в расчетах по определению степени капиталовооруженности отрасли;

Решение. Ответ: б), в), г)

Индекс Лернера записывается следующей формулой: $I_L = \frac{P-MC}{P}$, где P – значение цены в точке равновесия, а MC – значение предельных издержек в точке равновесия.

В совершенной конкуренции цена равна предельным издержкам, а значит, индекс Лернера НЕ равен единице.

В монополии цена может быть выше предельных издержек, а значит индекс Лернера может быть больше нуля.

Индекс Лернера используется для определения степени монополизированности рынка, а не капиталовооруженности.

10. Фирма владеет двумя заводами, общие издержки на которых задаются уравнениями $TC_1 = aQ_1^2 + cQ_1 + FC_1$ и $TC_2 = bQ_2^2 + cQ_2 + FC_2$, где a, b, c, FC_1, FC_2 – некоторые положительные константы. Фирма производит ненулевой выпуск продукции. Выберите все верные утверждения:

- а) Фирма использует оба завода;
- б) Фирма использует только завод с меньшим значением постоянных издержек;
- в) Постоянные издержки фирмы равны $FC_1 + FC_2$;
- г) Предельные издержки фирмы в нуле равны $2c$;

Решение. Ответ: а), в)

Найдем предельные издержки на каждом из заводов:

$$MC_1 = 2aQ_1 + c \quad MC_2 = 2bQ_2 + c$$

Так как предельные издержки возрастают, фирме выгодно производить товар на обоих заводах.

При этом общие издержки фирмы есть сумма издержек на каждом из заводов:

$$TC = TC_1 + TC_2 = aQ_1^2 + bQ_2^2 + c(Q_1 + Q_2) + FC_1 + FC_2$$

По определению, постоянные издержки – это издержки, которые несет фирма при нулевом производстве товара. А значит, постоянные издержки равны сумме FC_1 и FC_2 .

Четвертое утверждение неверно по определению предельных издержек – предельные издержки не существуют при нулевом объеме производства.

Задания с кратким ответом, 6 заданий по 5 баллов.

11. На рынке совершенной конкуренции в долгосрочном периоде действуют 147 фирм, общие издержки каждой представимы уравнением $TC = q^3 - 18q^2 + xq$, где q – выпуск отдельной фирмы, а x – некоторый параметр. Общий спрос на рынке представляется функцией $Q = 7140 - 3P$, где Q – общее количество на рынке, а P – рыночная цена. Найдите значение параметра x .

Решение. Ответ: $x = 2020$.

Мы знаем, что в долгосрочной перспективе цена равна минимуму средних издержек.

Средние издержки: $AC = TC/Q = q^2 - 18q + x$. Это парабола с ветвями вверх, значит, минимум в вершине:

$$q^* = 9$$

$$AC_{\min} = 9^2 - 18 \cdot 9 + x = x - 81 = P$$

Таким образом, цена на рынке составит $P = x - 81$, а каждая фирма производит 9 единиц продукции. Всего фирм на рынке 147, а значит, общее количество на рынке составит:

$$Q = 9 \cdot 147 = 1323$$

Подставляя цену и общее количество в функцию спроса, получаем ответ:

$$1323 = 7140 - 3(x - 81)$$

$$x = 2020$$

12. На рынке совершенной конкуренции функция издержек фирмы задается уравнением $TC = q^3 - 20q^2 + 180q + 3600$, где q – объем произведенной продукции. Рыночная цена составляет 75 рублей за единицу продукции. Определите оптимальный объем производства фирмы.

Решение. Ответ: 0.

Известно, что фирма останется на рынке в том случае, если цена не меньше минимума средних переменных издержек. Найдем минимум AVC :

$$AVC = \frac{VC}{q} = q^2 - 20q + 180$$

Мы получили параболу с ветвями вверх, минимум в вершине:

$$\tilde{q} = 10 \quad AVC_{\min} = 100 - 200 + 180 = 80$$

Таким образом, цена ниже минимума AVC , а значит, фирма уйдет с рынка и ее оптимальный объем производства составит 0.

13. Фирма является градообразующим предприятием в городе и занимается производством чапельников, являющихся уникальным товаром, что позволяет фирме быть монополистом. Издержки фирма несет только на выплату зарплат рабочим, чье предложение на рынке задается уравнением $L^s = w$, где L – количество рабочих, а w – ставка заработной платы. Зависимость произведенного количества от числа нанятых рабочих задается следующим уравнением $Q = 2L$. Спрос на продукцию монополиста задается уравнением $Q = 120 - P$, где Q – количество на рынке, а P – цена на рынке. Найдите оптимальное количество рабочих, которое наймет монополист.

Решение. Ответ: 24.

Запишем прибыль монополиста:

$$\pi = PQ - wL = (120 - Q)Q - L^2 = (120 - 2L)2L - L^2 = 240L - 5L^2$$

Функция прибыли – это парабола с ветвями вниз, максимум в вершине:

$$L^* = \frac{240}{10} = 24$$

14. Фирма является совершенным конкурентом на рынке товара и совершенным конкурентом на рынке труда. Эластичность выпуска по труду составляет $E_L^Q = 0.5$ в точке максимума прибыли. Найдите значение рентабельности в точке максимума прибыли, если фирма несет только издержки на найм рабочих. Если ответ получился нецелым, запишите его в виде десятичной дроби, разделив дробную часть запятой (Например: 0,23).

Решение. Ответ: 1.

Точка максимума прибыли у совершенного конкурента:

$$MR = MC$$

$$MR = P$$

$$VC = w \cdot L(Q) \Rightarrow MC = w \cdot L'(Q)$$

$$E_L^Q = Q'(L) \cdot \frac{L}{Q} = \frac{L}{L'(Q) \cdot Q} = \frac{1}{2}$$

$$L'(Q) = \frac{2L}{Q}$$

$$P = \frac{2wL}{Q}$$

$$rent = \frac{Pr}{TC} = \frac{TR}{TC} - 1 = \frac{P \cdot Q}{w \cdot L} - 1 = \frac{\frac{2wL}{Q} \cdot Q}{wL} - 1 = 2 - 1 = 1$$

15. На совершенно конкурентном рынке функция спроса является линейной, при этом эластичность спроса по цене в точке равновесия равна -3. Определите значение равновесного объема на рынке, если потребители отказываются покупать товар при цене выше 40, а кривая предложения описывается уравнением $Q = P$, где P – цена на рынке, а Q – объем предложения.

Решение. Ответ: 30.

Воспользуемся формулой для подсчета эластичности через равновесную цену и максимальную цену спроса (равную 40 в задаче):

$$E_p^d = \frac{P^*}{P^* - P_{\max}}$$

$$-3 = \frac{P^*}{P^* - 40}$$

Отсюда равновесная цена равна 30, а из уравнения предложения находим оптимальный объем – 30.

16. Фермер владеет тремя полями, на которых может выращивать огурчики (x) и помидорчики (y) для последующей продажи на рынке, где цена огурчиков составляет 30 рублей за килограмм, а цена помидорчиков – 40 рублей за килограмм. КПВ первого поля задается уравнением $y_1 = 120 - x_1$, второго – $y_2 = 150 - 0.5x_2$, а третьего – $y_3 = 100 - 2x_3$, где x_1, x_2, x_3 и y_1, y_2, y_3 – объемы производства огурчиков и помидорчиков на первом, втором и третьем полях соответственно (в килограммах). Определите, сколько килограммов помидорчиков фермер продаст на рынке, если его цель – максимизировать выручку от продажи огурчиков и помидорчиков.

Решение. Ответ: 220.

Известно, что если альтернативные издержки производства x в линейной КПВ меньше отношения цены товара x к цене товара y , то на данной КПВ выгоднее производить только товар x и наоборот. Альтернативные издержки производства x на первой КПВ – 1, на второй – 0.5, на третьей – 2. А значит, фермер будет производить товар x только на второй КПВ, а товар y – на первой и третьей КПВ. Максимально на первой КПВ можно произвести 120 единиц y , а на третьей – 100 единиц. Тогда суммарно фермер произведет 220 единиц товара y (помидорчиков).

Задание с развернутым ответом (решением), 4 задания по 10 баллов.

Задача 1.

Атомная электростанция «Мир» является монополистом на локальном рынке энергии. Спрос на рынке задается функцией $P_d = 120 - 2Q$. Функция издержек электростанции имеет вид $TC(Q) = Q^2$. К сожалению, в процессе производства энергии, электростанция выделяет вредные отходы, загрязняющие окружающую среду. Денежный эквивалент этого влияния можно оценить функцией $L(Q) = Q^2$. В целях регулирования вреда природе, государство вводит потоварный налог. Какую ставку потоварного налога выберет государство для максимизации общественного благосостояния? (*Подсказка:* Общественное благосостояние SW рассчитывается как $SW = CS + PS + GS - L$, где CS это выигрыш потребителей, равный в данном случае $CS(Q) = 3Q^2$; PS это выигрыш производителей, в данном случае равный прибыли монополиста, GS – налоговые сборы государства, а L это внешний эффект в виде ущерба окружающей среде).

Решение. Государство максимизирует функцию общественного благосостояния. Функция прибыли монополиста имеет вид $\pi(Q) = TR(Q) - TC(Q) = (120 - 2Q) \cdot Q - Q^2 - tQ = (120 - t)Q - 3Q^2$. Монополист максимизирует свою функцию прибыли $\pi(Q) = 120Q - t \cdot Q - 3Q^2$ выбирает вершину параболы с ветвями вниз $Q^* = \frac{120-t}{6}$. Теперь обратим внимание на общественное благосостояние: общественное благосостояние будет записываться как $SW = CS + PS - L + T$, где $T = t \cdot Q$ – налоговые сборы государства. Подставив все функции, получаем:

$$SW(Q) = Q^2 + (120Q - t \cdot Q - 3Q^2) - 3Q^2 + t \cdot Q$$

Заметим, что в этой функции слагаемое $t \cdot Q$ присутствует один раз с минусом и один раз с плюсом и, следовательно, сокращается – действительно, с одной стороны, собранные налоги с одной стороны идут в казну государства, с другой стороны, были забраны у производителей. После сокращения налоговых сборов, остается функция $SW(Q) = 120Q - 5Q^2$. Это парабола с ветвями вниз, следовательно, максимум в вершине $Q^* = \frac{120}{2 \cdot 5} = 12$. Так как мы хотим получить значение $Q = 12$, получаем уравнение $Q^* = \frac{120-t}{6} = 12$, следовательно, ставка налога равна 48.

Ответ: $t = 48$.

Задача 2.

Фирма «Буратино» производит только столы и стулья. Известно, что для изготовления одного стола требуется 6 ножек и 2 доски, а для изготовления одного стула требуется 4 ножки и 1 доска. На складе фирмы имеется 48 ножек и 14 досок. Столы продаются на рынке по цене 9, а стулья по цене 5. Какую максимальную выручку может получить фирма «Буратино»?

Решение. Обозначим за x – количество столов, а за y – количество стульев. Заметим, что $2x + 1y \leq 14$ – каждый стол использует 2 доски, каждый стул использует 1 доску, а всего их 14. Аналогично, $6x + 4y \leq 48$ – каждый стол использует 6 ножек, каждый стул использует 4 ножки, а всего их 48. Объединив 2 эти условия, получаем, что КПВ задается уравнением $y = 12 - 1,5x$ при $x \leq 4$; $y = 14 - 2x$ при $x \geq 4$. На первом участке угол наклона больше соотношения цен, а на втором меньше. Следовательно, максимум выручки достигается в точке излома и фирма может получить 66.

Ответ: $TR = 66$.

Задача 3.

В некоторой стране «А» все люди делятся на 3 группы: бедные, средние и богатые. Известно, что доходы каждого человека в соответствующей группе одинаковы. Известно, что средний доход по стране, а также доход каждого человек из средней группы равен \$150. Если исключить всех бедных, то средний доход по стране окажется равным \$210. Найдите коэффициент Джини, если известно, что доля средней группы составляет 10% от населения страны, а бедные суммарно владеют 30% богатства страны.

Решение. Обозначим за i_1, i_2 и i_3 суммарную долю богатства бедных, средних и богатых соответственно от общего богатства страны; обозначим за n_1, n_2 и n_3 доли населения соответствующих групп в стране. Тогда $i_1 + i_2 + i_3 = 1$, аналогично, $n_1 + n_2 + n_3 = 1$, из условия, $n_2 = 0,1$, так как доход каждого человека из средней группы равен среднему доходу по стране; $i_1 = 0,3$ по условию. Заметим, что $\frac{i_2}{n_2} = \frac{i_1+i_2+i_3}{n_1+n_2+n_3} = \frac{1}{1}$, следовательно, $i_2 = 0,1$, а значит $i_3 = 1 - i_1 - i_2 = 0,6$. Средний доход богатых вместе со средними в $\frac{210}{150} = 1,4$ больше дохода средней группы, значит, $\frac{i_2+i_3}{n_2+n_3} = \frac{i_2}{n_2} \cdot 1,4 = 1,4$. Так как $i_1 = 0,3$, $i_2 + i_3 = 0,7$, следовательно $n_2 + n_3 = \frac{0,7}{1,4} = 0,5$, значит, $n_3 = 0,5 - n_2 = 0,4$. Отсюда получаем, что $n_1 = 1 - n_2 - n_3 = 0,5$.

Кривая Лоренца будет иметь вид ломаной с точками излома в $(n_1; i_1) = (0,5; 0,3)$; $(n_1 + n_2; i_1 + i_2) = (0,6; 0,4)$.

Для подсчета коэффициента Джини нужно разделить площадь между кривой Лоренца и прямой абсолютного равенства на 0,5. Посчитаем площадь:

$$S_1 = 0,5 - \frac{0,5 \cdot 0,3}{2} - \frac{(0,1 \cdot (0,3+0,4))}{2} - \frac{0,4 \cdot (0,4+1)}{2} = 0,5 - 0,075 - 0,035 - 0,28 = 0,11. \text{ Тогда коэффициент Джини равен } \frac{0,11}{0,5} = 0,22.$$

Ответ: $G = 0,22$.

Задача 4.

Фирма является монополистом на внутреннем рынке, спрос на продукцию фирмы задается функцией $P = 100 - 1,5Q$. Издержки фирмы задаются функцией $TC(Q) = 20Q + 0,5Q^2$. Фирма может выйти на международный рынок, на котором она сможет продать неограниченное количество продукции по цене 85. Однако для выхода на международный рынок фирма должна оплатить лицензию стоимостью S . Найдите, при какой максимальной стоимости лицензии фирма готова выходить на международный рынок.

Решение. Для начала, найдем прибыль фирмы, если она не выходит на международный рынок: $\pi(Q) = TR(Q) - TC(Q) = 100Q - 1,5Q^2 - 20Q - 0,5Q^2 = 80Q - 2Q^2$. Это парабола с ветвями вниз, следовательно, максимум в вершине $Q^* = \frac{80}{2 \cdot 2} = 20$. Подставляя это значение в функцию прибыли, получим $\pi(20) = 80 \cdot 20 - 2 \cdot 20^2 = 800$.

Теперь рассмотрим ситуацию, в которой фирма вышла на международный рынок и, соответственно, оплатила лицензию. Рассмотрим предельные выручки на внешнем и внутреннем рынке: $MR_i = 100 - 3Q_i$; $MR_w = 85$. В оптимуме эти предельные выручки должны

быть равны друг другу и предельным издержкам производства $MC = 10 + Q_i + Q_w$. Из равенства $100 - 3Q_i = 85$ получаем $Q_i = 5$; из равенства $20 + Q_i + Q_w = 85$ получаем $Q_w = 60$. Тогда прибыль фирмы будет равна $\pi = (100 - 1,5 \cdot 5) \cdot 5 + 85 \cdot 60 - 20 \cdot (5 + 60) - 0,5(5 + 60)^2 - S = 2150 - S$. Тогда понятно, что фирма согласится при стоимости лицензии не выше 1350.

Ответ: 1350.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО ЭКОНОМИКЕ. 2020-2021 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

11 класс

Выберите один правильный ответ, 5 заданий по 2 балла.

1. Наблюдается падение цен на нефть. К каким последствиям это скорее всего приведет:

- а) Рост котировок акций нефтедобывающих компаний;
- б) Рост цен на бензин;
- в) Рост цен на рынке автоперевозок;
- г) Падение цен на солнечные панели;

Решение. Ответ: г)

Солнечные панели являются заменителем для добычи энергии из нефти. Если нефть дешевеет, добывать энергию из нефти дешевле, а значит, падает спрос на солнечные панели. Соответственно, цена на солнечные панели снижается.

2. На рынке совершенной конкуренции со стандартными кривыми издержек в долгосрочном периоде цена:

- а) Ниже значения минимума средних издержек;
- б) Ниже значения минимума предельных издержек;
- в) Выше значения минимума средних издержек;
- г) Не ниже значения минимума предельных издержек;

Решение. Ответ: г).

В долгосрочной перспективе цена стремится к минимуму средних издержек. При этом функция средних издержек пересекает функцию предельных издержек в точке минимума средних издержек. А значит, если цена стремится к значению средних издержек, она не ниже минимума предельных издержек.

3. Укажите факторный доход на фактор производства предпринимательские способности:

- а) Рента;
- б) Заработная плата;
- в) Прибыль;
- г) Процент;

Решение. Ответ: в)

Факторный доход на фактор производства предпринимательские способности является прибыль.

4. В случае линейного спроса и квадратичной функции общих издержек, если несколько компаний, ранее воспринимавших цену как заданную, сливаются в монополию:

- а) Потребительский излишек увеличивается, излишек производителя увеличивается;
- б) Потребительский излишек снижается, излишек производителя увеличивается;
- в) Потребительский излишек увеличивается, излишек производителя снижается;
- г) Потребительский излишек снижается, излишек производителя снижается;

Решение. Ответ: б)

При монополизации цена растет, объем торгов падает. Таким образом, потребительский излишек снижается, а излишек производителя растет. Это происходит в силу того, что общественно оптимальное равновесие предполагает меньшую цену и большее количество чем монопольное. Данная точка не выбирается монополистом, который выбирает другую точку – в ней его излишек растет, а излишек потребителя снижается.

5. В случае если предприятие получает отрицательную бухгалтерскую прибыль:
- а) Экономическая прибыль положительна;
 - б) Экономическая прибыль отрицательна;
 - в) Экономическая прибыль равна нулю;
 - г) Экономическая прибыль может быть отрицательной или равной нулю;

Решение. Ответ: б)

Экономическая прибыль равна бухгалтерской за вычетом величины альтернативных издержек. Так как значение альтернативных издержек неотрицательно, величина экономической прибыли отрицательна.

Выберите все правильные ответы, 5 заданий по 4 балла.

6. Укажите, благосостояние каких агентов увеличивается в случае удешевления национальной валюты относительно мировой.
- а) Работники иностранных компаний, проживающие в данной стране, но получающие зарплату в мировой валюте;
 - б) Компания, занимающаяся перепродажей импортной продукции на внутреннем рынке данной страны;
 - в) Компания, добывающая сырье и экспортирующая его на мировой рынок;
 - г) Проживающие в данной стране, потребляющие преимущественно импортную продукцию;

Решение. Ответ: а), в)

В случае удешевления национальной валюты импорт становится сравнительно дороже, поэтому падает благосостояние агентов, специализирующихся на импорте. С другой стороны, экспорт становится более дешевым, а значит, растет благосостояние агентов, специализирующихся на экспорте.

7. Укажите все верные утверждения для рынка совершенной конкуренции в долгосрочном периоде:
- а) Прибыль некоторых фирм отрицательна;
 - б) Прибыль некоторых фирм положительна;
 - в) Цена равна значению предельных издержек;
 - г) Постоянные издержки отсутствуют;

Решение. Ответ: в), г)

В долгосрочном периоде прибыль каждой фирмы равна нулю, цена равна минимуму средних издержек и одновременно величине предельных издержек, а все постоянные издержки становятся переменными.

8. Даны две закрытые страны, производящие два одинаковых блага. Выберите все НЕверные утверждения для случая, если страны начали торговать между собой:
- а) Благополучие каждой страны может не измениться;
 - б) Благополучие страны, не имеющей абсолютного преимущества не может увеличиться;
 - в) Благополучие обеих стран может увеличиться;
 - г) В случае, если у одной страны увеличилось благополучие, у другой благополучие должно уменьшиться;

Решение. Ответ: б), г)

В случае, если альтернативные издержки производства одного из благ в выражении второго блага совпадают у обеих стран, при открытии к торговле благополучие стран не изменится. Если же альтернативные издержки не равны, страны выиграют в благополучии от торговли между собой.

9. Выберите все верные утверждения:

- а) Индекс Лернера принимает значения не больше единицы;
- б) Индекс Лернера для случая совершенной конкуренции равен нулю;
- в) Индекс Лернера для случая монополии всегда равен нулю;
- г) Индекс Лернера используется в расчетах по определению степени капиталовооруженности отрасли;

Решение. Ответ: а), б)

Индекс Лернера записывается следующей формулой: $I_L = \frac{P-MC}{P}$, где P – значение цены в точке равновесия, а MC – значение предельных издержек в точке равновесия. Значит, значения индекса Лернера принадлежат от нуля до единицы.

В совершенной конкуренции цена равна предельным издержкам, а значит, индекс Лернера равен нулю.

В монополии цена может быть выше предельных издержек, а значит индекс Лернера может быть больше нуля.

Индекс Лернера используется для определения степени монополизированности рынка, а не капиталовооруженности.

10. Фирма владеет двумя заводами, общие издержки на которых задаются уравнениями $TC_1 = aQ_1^2 + cQ_1 + FC_1$ и $TC_2 = bQ_2^2 + cQ_2 + FC_2$, где a, b, c, FC_1, FC_2 – некоторые положительные константы. Фирма производит ненулевой выпуск продукции. Выберите все верные утверждения:

- а) Фирма использует только завод с меньшим значением постоянных издержек;
- б) Фирме не выгодно использовать только один завод;
- в) Постоянные издержки фирмы равны $FC_1 + FC_2$;
- г) Предельные издержки фирмы в нуле равны $2c$;

Решение. Ответ: б), в)

Найдем предельные издержки на каждом из заводов:

$$MC_1 = 2aQ_1 + c \quad MC_2 = 2bQ_2 + c$$

Так как предельные издержки возрастают, фирме выгодно производить товар на обоих заводах.

При этом общие издержки фирмы есть сумма издержек на каждом из заводов:

$$TC = TC_1 + TC_2 = aQ_1^2 + bQ_2^2 + c(Q_1 + Q_2) + FC_1 + FC_2$$

По определению, постоянные издержки – это издержки, которые несет фирма при нулевом производстве товара. А значит, постоянные издержки равны сумме FC_1 и FC_2 .

Предельные издержки в нуле равны c .

Задания с кратким ответом, 6 заданий по 5 баллов.

11. На рынке совершенной конкуренции в долгосрочном периоде действуют 150 фирм, общие издержки каждой представимы уравнением $TC = q^3 - 18q^2 + xq$, где q – выпуск отдельной фирмы, а x – некоторый параметр. Общий спрос на рынке представляется функцией $Q = 7140 - 3P$, где Q – общее количество на рынке, а P – рыночная цена. Найдите значение параметра x .

Решение. Ответ: $x = 2011$.

Мы знаем, что в долгосрочной перспективе цена равна минимуму средних издержек.

Средние издержки: $AC = TC/Q = q^2 - 18q + x$. Это парабола с ветвями вверх, значит, минимум в вершине:

$$q^* = 9$$

$$AC_{\min} = 9^2 - 18 \cdot 9 + x = x - 81 = P$$

Таким образом, цена на рынке составит $P = x - 81$, а каждая фирма производит 9 единиц продукции. Всего фирм на рынке 150, а значит, общее количество на рынке составит:

$$Q = 9 \cdot 150 = 1350$$

Подставляя цену и общее количество в функцию спроса, получаем ответ:

$$1350 = 7140 - 3(x - 81)$$

$$x = 2011$$

12. На рынке совершенной конкуренции функция издержек фирмы задается уравнением $TC = q^3 - 20q^2 + 190q + 3600$, где q – объем произведенной продукции. Рыночная цена составляет 75 рублей за единицу продукции. Определите оптимальный объем производства фирмы.

Решение. Ответ: 0.

Известно, что фирма останется на рынке в том случае, если цена не меньше минимума средних переменных издержек. Найдем минимум AVC:

$$AVC = \frac{VC}{q} = q^2 - 20q + 190$$

Мы получили параболу с ветвями вверх, минимум в вершине:

$$\tilde{q} = 10 \quad AVC_{\min} = 100 - 200 + 190 = 90$$

Таким образом, цена ниже минимума AVC, а значит, фирма уйдет с рынка и ее оптимальный объем производства составит 0.

13. Фирма является градообразующим предприятием в городе и занимается производством чапельников, являющихся уникальным товаром, что позволяет фирме быть монополистом. Издержки фирма несет только на выплату зарплат рабочим, чье предложение на рынке задается уравнением $L^s = w$, где L – количество рабочих, а w – ставка заработной платы. Зависимость произведенного количества от числа нанятых рабочих задается следующим уравнением $Q = 2L$. Спрос на продукцию монополиста задается уравнением $Q = 200 - P$, где Q – количество на рынке, а P – цена на рынке. Найдите оптимальное количество рабочих, которое наймет монополист.

Решение. Ответ: 40.

Запишем прибыль монополиста:

$$\pi = PQ - wL = (200 - Q)Q - L^2 = (200 - 2L)2L - L^2 = 400L - 5L^2$$

Функция прибыли – это парабола с ветвями вниз, максимум в вершине:

$$L^* = \frac{400}{10} = 40$$

14. Фирма является совершенным конкурентом на рынке товара и совершенным конкурентом на рынке труда. Эластичность выпуска по труду составляет $E_L^Q = \frac{1}{3}$ в точке максимума прибыли. Найдите значение рентабельности (в долях) в точке максимума прибыли, если фирма несет только издержки на найм рабочих. Если ответ получился нецелым, запишите его в виде десятичной дроби, разделив дробную часть запятой (Например: 0,23).

Решение. Ответ: 2.

Точка максимума прибыли у совершенного конкурента:

$$MR = MC$$

$$MR = P$$

$$VC = w \cdot L(Q) \Rightarrow MC = w \cdot L'(Q)$$

$$E_L^Q = Q'(L) \cdot \frac{L}{Q} = \frac{L}{L'(Q) \cdot Q} = \frac{1}{3}$$

$$L'(Q) = \frac{3L}{Q}$$

$$P = \frac{3wL}{Q}$$

$$rent = \frac{Pr}{TC} = \frac{TR}{TC} - 1 = \frac{P \cdot Q}{w \cdot L} - 1 = \frac{\frac{3wL}{Q} \cdot Q}{wL} - 1 = 3 - 1 = 2$$

15. На совершенно конкурентном рынке функция спроса является линейной, при этом эластичность спроса по цене в точке равновесия равна -4. Определите значение равновесного объема на рынке, если потребители отказываются покупать товар при цене выше 40, а кривая предложения описывается уравнением $Q = P$, где P – цена на рынке, а Q – объем предложения.

Решение. Ответ: 32.

Воспользуемся формулой для подсчета эластичности через равновесную цену и максимальную цену (равную 40 в задаче):

$$E_p^d = \frac{P^*}{P^* - P_{\max}}$$

$$-4 = \frac{P^*}{P^* - 40}$$

Отсюда равновесная цена равна 32, а из уравнения предложения находим оптимальный объем – 32.

16. Фермер владеет тремя полями, на которых может выращивать огурчики (x) и помидорчики (y) для последующей продажи на рынке, где цена огурчиков составляет 30 рублей за килограмм, а цена помидорчиков – 40 рублей за килограмм. КПВ первого поля задается уравнением $y_1 = 130 - x_1$, второго – $y_2 = 150 - 0.5x_2$, а третьего – $y_3 = 80 - 2x_3$, где x_1, x_2, x_3 и y_1, y_2, y_3 – объемы производства огурчиков и помидорчиков на первом, втором и третьем полях соответственно (в килограммах). Определите, сколько килограммов помидорчиков фермер продаст на рынке, если его цель – максимизировать выручку от продажи огурчиков и помидорчиков.

Решение. Ответ: 210.

Известно, что если альтернативные издержки производства x в линейной КПВ меньше отношения цены товара x к цене товара y , то на данной КПВ выгоднее производить только товар x и наоборот. Альтернативные издержки производства x на первой КПВ – 1, на второй – 0.5, на третьей – 2. А значит, фермер будет производить товар x только на второй КПВ, а товар y – на первой и третьей КПВ. Максимально на первой КПВ можно

произвести 130 единиц y , а на третьей – 80 единиц. Тогда суммарно фермер произведет 210 единиц товара y (помидорчиков).

Задание с кратким ответом, 4 задания по 10 баллов.

Задача 1.

Атомная электростанция «Мир» является монополистом на локальном рынке энергии. Спрос на рынке задается функцией $P_d = 120 - 2Q$. Функция издержек электростанции имеет вид $TC(Q) = Q^2$. К сожалению, в процессе производства энергии, электростанция выделяет вредные отходы, загрязняющие окружающую среду. Денежный эквивалент этого влияния можно оценить функцией $L(Q) = 4Q^2$. В целях регулирования вреда природе, государство вводит потоварный налог. Какую ставку потоварного налога выберет государство для максимизации общественного благосостояния? (*Подсказка:* Общественное благосостояние SW рассчитывается как $SW = CS + PS + GS - L$, где CS это выигрыш потребителей, равный в данном случае $CS(Q) = Q^2$; PS это выигрыш производителей, в данном случае равный прибыли монополиста, GS – налоговые сборы государства, а L это внешний эффект в виде ущерба окружающей среде).

Решение. Государство максимизирует функцию общественного благосостояния. Функция прибыли монополиста имеет вид $\pi(Q) = TR(Q) - TC(Q) = (120 - 2Q) \cdot Q - Q^2 - tQ = (120 - t)Q - 3Q^2$. Монополист максимизирует свою функцию прибыли $\pi(Q) = 120Q - t \cdot Q - 3Q^2$ выбирает вершину параболы с ветвями вниз $Q^* = \frac{120-t}{6}$. Теперь обратим внимание на общественное благосостояние: общественное благосостояние будет записываться как $SW = CS + PS - L + T$, где $T = t \cdot Q$ – налоговые сборы государства. Подставив все функции, получаем:

$$SW(Q) = Q^2 + (120Q - t \cdot Q - 3Q^2) - 4Q^2 + t \cdot Q$$

Заметим, что в этой функции слагаемое $t \cdot Q$ присутствует один раз с минусом и один раз с плюсом и, следовательно, сокращается – действительно, с одной стороны, собранные налоги с одной стороны идут в казну государства, с другой стороны, были забраны у производителей. После сокращения налоговых сборов, остается функция $SW(Q) = 120Q - 6Q^2$. Это парабола с ветвями вниз, следовательно, максимум в вершине $Q^* = \frac{120}{2 \cdot 6} = 10$. Так как мы хотим получить значение $Q = 10$, получаем уравнение $Q^* = \frac{120-t}{6} = 10$, следовательно, ставка налога равна 60.

Ответ: $t = 60$.

Задача 2.

Фирма «Буратино» производит только столы и стулья. Известно, что для изготовления одного стола требуется 6 ножек и 2 доски, а для изготовления одного стула требуется 4 ножки и 1 доска. На складе фирмы имеется 84 ножки и 16 досок. Столы продаются на рынке по цене 9, а стулья по цене 5. Какую максимальную выручку может получить фирма «Буратино»?

Решение. Обозначим за x – количество столов, а за y – количество стульев. Заметим, что $2x + 1y \leq 16$ – каждый стол использует 2 доски, каждый стул использует 1 доску, а всего их 16. Аналогично, $6x + 4y \leq 84$ – каждый стол использует 6 ножек, каждый стул использует 4 ножки, а всего их 84. Объединив 2 эти условия, получаем, что КПВ задается уравнением $y = 14 - 1,5x$ при $x \leq 4$; $y = 16 - 2x$ при $x \geq 4$. На первом участке угол наклона больше соотношения цен, а на втором меньше. Следовательно, максимум выручки достигается в точке излома и фирма может получить 76.

Ответ: $TR = 76$.

Задача 3.

В некоторой стране «А» все люди делятся на 3 группы: бедные, средние и богатые. Известно, что доходы каждого человека в соответствующей группе одинаковы. Известно, что средний доход по стране, а также доход каждого человек из средней группы равен \$100. Если исключить всех бедных, то средний доход по стране окажется равным \$140. Найдите коэффициент Джини, если известно, что доля средней группы составляет 10% от населения страны, а бедные суммарно владеют 30% богатства страны.

Решение. Обозначим за i_1 , i_2 и i_3 суммарную долю богатства бедных, средних и богатых соответственно от общего богатства страны; обозначим за n_1 , n_2 и n_3 доли населения соответствующих групп в стране. Тогда $i_1 + i_2 + i_3 = 1$, аналогично, $n_1 + n_2 + n_3 = 1$, из условия, $n_2 = 0,1$, так как доход каждого человека из средней группы равен среднему доходу по стране; $i_1 = 0,3$ по условию. Заметим, что $\frac{i_2}{n_2} = \frac{i_1+i_2+i_3}{n_1+n_2+n_3} = \frac{1}{1}$, следовательно, $i_2 = 0,1$, а значит $i_3 = 1 - i_1 - i_2 = 0,6$. Средний доход богатых вместе со средними в $\frac{140}{100} = 1,4$ больше дохода средней группы, значит, $\frac{i_2+i_3}{n_2+n_3} = \frac{i_2}{n_2} \cdot 1,4 = 1,4$. Так как $i_1 = 0,3$, $i_2 + i_3 = 0,7$, следовательно $n_2 + n_3 = \frac{0,7}{1,4} = 0,5$, значит, $n_3 = 0,5 - n_2 = 0,4$. Отсюда получаем, что $n_1 = 1 - n_2 - n_3 = 0,5$.

Кривая Лоренца будет иметь вид ломаной с точками излома в $(n_1; i_1) = (0,5; 0,3)$; $(n_1 + n_2; i_1 + i_2) = (0,8; 0,6)$.

Для подсчета коэффициента Джини нужно разделить площадь между кривой Лоренца и прямой абсолютного равенства на 0,5. Посчитаем площадь:

$$S_1 = 0,5 - \frac{0,5 \cdot 0,3}{2} - \frac{(0,1 \cdot (0,3+0,4))}{2} - \frac{0,4 \cdot (0,4+1)}{2} = 0,5 - 0,075 - 0,035 - 0,28 = 0,11. \text{ Тогда коэффициент Джини равен } \frac{0,11}{0,5} = 0,22.$$

Ответ: $G = 0,22$.

Задача 4.

Фирма является монополистом на внутреннем рынке, спрос на продукцию фирмы задается функцией $P = 110 - 1,5Q$. Издержки фирмы задаются функцией $TC(Q) = 30Q + 0,5Q^2$. Фирма может выйти на международный рынок, на котором она сможет продать неограниченное количество продукции по цене 95. Однако для выхода на международный рынок фирма должна оплатить лицензию стоимостью S . Найдите, при какой максимальной стоимости лицензии фирма готова выходить на международный рынок.

Решение. Для начала, найдем прибыль фирмы, если она не выходит на международный рынок: $\pi(Q) = TR(Q) - TC(Q) = 110Q - 1,5Q^2 - 30Q - 0,5Q^2 = 80Q - 2Q^2$. Это парабола с ветвями вниз, следовательно, максимум в вершине $Q^* = \frac{80}{2 \cdot 2} = 20$. Подставляя это значение в функцию прибыли, получим $\pi(20) = 80 \cdot 20 - 2 \cdot 20^2 = 800$.

Теперь рассмотрим ситуацию, в которой фирма вышла на международный рынок и, соответственно, оплатила лицензию. Рассмотрим предельные выручки на внешнем и внутреннем рынке: $MR_i = 110 - 3Q_i$; $MR_w = 95$. В оптимуме эти предельные выручки должны быть равны друг другу и предельным издержкам производства $MC = 30 + Q_i + Q_w$. Из равенства $110 - 3Q_i = 95$ получаем $Q_i = 5$; из равенства $30 + Q_i + Q_w = 95$ получаем $Q_w = 60$. Тогда прибыль фирмы будет равна $\pi = (110 - 1,5 \cdot 5) \cdot 5 + 95 \cdot 60 - 30 \cdot (5 + 60) - 0,5(5 + 60)^2 - S = 2150 - S$. Тогда понятно, что фирма согласится при стоимости лицензии не выше 1350.

Ответ: 1350.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО ЭКОНОМИКЕ. 2020-2021 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

11 класс

Выберите один правильный ответ, 5 заданий по 2 балла.

1. Наблюдается рост цен на нефть. К каким последствиям это скорее всего приведет:

- а) Падение котировок акций нефтедобывающих компаний;
- б) Падение цен на бензин;
- в) Рост цены на рынке автоперевозок;
- г) Снижение цен на солнечные панели;

Решение. Ответ: в)

Нефть является одним из ресурсов, используемых для производства бензина. В автоперевозках используется бензин, а значит, один из компонентов издержек компаний, занимающихся автоперевозками, подорожал. Значит, цена на рынке автоперевозок скорее всего вырастет.

2. На рынке совершенной конкуренции в долгосрочном периоде величина постоянных издержек каждой фирмы:

- а) Равна величине переменных издержек;
- б) Стремится к значению выручки;
- в) Равна нулю;
- г) Отрицательна;

Решение. Ответ: в).

В долгосрочном периоде на рынке совершенной конкуренции величина постоянных издержек каждой фирмы равна нулю – этот факт и есть определение долгосрочного периода.

3. Укажите факторный доход на фактор производства земля:

- а) Рента;
- б) Заработная плата;
- в) Прибыль;
- г) Процент;

Решение. Ответ: а)

Факторный доход на фактор производства земля является рента.

4. В случае линейного спроса и квадратичной функции общих издержек, если монопольное предприятие разбивается на очень большое число конкурирующих между собой фирм:

- а) Каждая фирма воспринимает цену как заданную;
- б) Одна из фирм занимает очень большую долю рынка;
- в) Суммарный излишек производителя растет;
- г) Верно все вышеперечисленное;

Решение. Ответ: а)

Если монопольное предприятие разбивается на большое число конкурирующих между собой фирм, образуется совершенная конкуренция. Тогда образуется рынок совершенной конкуренции, на котором каждая фирма воспринимает цену как заданную.

5. В случае если предприятие получает нулевую бухгалтерскую прибыль:

- а) Экономическая прибыль положительна;
- б) Экономическая прибыль отрицательна;
- в) Экономическая прибыль равна нулю;
- г) Экономическая прибыль может быть отрицательной или равной нулю;

Решение. Ответ: г)

Экономическая прибыль равна бухгалтерской за вычетом величины альтернативных издержек. Так как значение альтернативных издержек неизвестно, величина экономической прибыли может быть либо отрицательной, если альтернативные издержки положительны, либо нулевой, если альтернативные издержки отсутствуют.

Выберите все правильные ответы, 5 заданий по 4 балла.

6. Укажите, благосостояние каких агентов уменьшается в случае укрепления национальной валюты относительно мировой.

- а) Работники иностранных компаний, проживающие в данной стране, но получающие зарплату в мировой валюте;
- б) Компания, занимающаяся перепродажей импортной продукции на внутреннем рынке данной страны;
- в) Компания, добывающая сырье и экспортирующая его на мировой рынок;
- г) Проживающие в данной стране, потребляющие преимущественно импортную продукцию;

Решение. Ответ: а), в)

В случае укрепления национальной валюты импорт становится сравнительно дешевле, поэтому увеличивается благосостояние агентов, специализирующихся на импорте, и снижается благосостояние агентов, специализирующихся на экспорте.

7. Укажите все верные утверждения для рынка совершенной конкуренции в долгосрочном периоде:

- а) Прибыль каждой фирмы равна нулю;
- б) Прибыль некоторых фирм отрицательна;
- в) Цена выше значения переменных издержек;
- г) Постоянные издержки отсутствуют;

Решение. Ответ: а), г)

В долгосрочном периоде прибыль каждой фирмы равна нулю, цена равна минимуму средних издержек и одновременно величине предельных издержек, а все постоянные издержки становятся переменными.

8. Даны две закрытые страны, производящие два одинаковых блага. Выберите все верные утверждения для случая, если страны начали торговать между собой:
- а) Благополучие каждой страны обязательно увеличится;
 - б) Благополучие страны, не имеющей абсолютного преимущества, может увеличиться;
 - в) Благополучие обеих стран может не измениться;
 - г) В случае, если у одной страны увеличилось благополучие, у другой благополучие должно уменьшиться;

Решение. Ответ: б), в)

В случае, если альтернативные издержки производства одного из благ в выражении второго блага совпадают у обеих стран, при открытии к торговле благополучие стран не изменится. Если же альтернативные издержки не равны, страны выиграют в благополучии от торговли между собой, при этом абсолютные преимущества не играют никакой роли.

9. Выберите все НЕВЕРНЫЕ утверждения:

- а) Индекс Лернера принимает значения больше единицы;
- б) Индекс Лернера для случая совершенной конкуренции равен нулю;
- в) Индекс Лернера для случая монополии всегда равен нулю;
- г) Индекс Лернера используется в расчетах по определению степени капиталовооруженности отрасли;

Решение. Ответ: а), в), г)

Индекс Лернера записывается следующей формулой: $I_L = \frac{P-MC}{P}$, где P – значение цены в точке равновесия, а MC – значение предельных издержек в точке равновесия. Значит, значения индекса Лернера принадлежат от нуля до единицы.

В совершенной конкуренции цена равна предельным издержкам, а значит, индекс Лернера равен нулю.

В монополии цена может быть выше предельных издержек, а значит индекс Лернера может быть больше нуля.

Индекс Лернера используется для определения степени монополизированности рынка, а не капиталовооруженности.

10. Фирма владеет двумя заводами, общие издержки на которых задаются уравнениями $TC_1 = aQ_1^2 + cQ_1 + FC_1$ и $TC_2 = bQ_2^2 + cQ_2 + FC_2$, где a, b, c, FC_1, FC_2 – некоторые положительные константы. Фирма производит ненулевой выпуск продукции. Выберите все верные утверждения:

- а) Фирма использует оба завода;
- б) Фирма использует только завод с меньшим значением постоянных издержек;
- в) Постоянные издержки фирмы равны $FC_1 + FC_2$;
- г) Предельные издержки фирмы в нуле равны c ;

Решение. Ответ: а), в), г)

Найдем предельные издержки на каждом из заводов:

$$MC_1 = 2aQ_1 + c \quad MC_2 = 2bQ_2 + c$$

Так как предельные издержки возрастают, фирме выгодно производить товар на обоих заводах.

При этом общие издержки фирмы есть сумма издержек на каждом из заводов:

$$TC = TC_1 + TC_2 = aQ_1^2 + bQ_2^2 + c(Q_1 + Q_2) + FC_1 + FC_2$$

По определению, постоянные издержки – это издержки, которые несет фирма при нулевом производстве товара. А значит, постоянные издержки равны сумме FC_1 и FC_2 .

Предельные издержки в нуле равны c – это следует из вида издержек:

$$TC = TC_1 + TC_2 = a(Q - Q_2)^2 + bQ_2^2 + cQ + FC_1 + FC_2$$

Задания с кратким ответом, 6 заданий по 5 баллов.

11. На рынке совершенной конкуренции в долгосрочном периоде действуют 153 фирм, общие издержки каждой представимы уравнением $TC = q^3 - 18q^2 + xq$, где q – выпуск отдельной фирмы, а x – некоторый параметр. Общий спрос на рынке представляется функцией $Q = 7140 - 3P$, где Q – общее количество на рынке, а P – рыночная цена. Найдите значение параметра x .

Решение. Ответ: $x = 2002$.

Мы знаем, что в долгосрочной перспективе цена равна минимуму средних издержек.

Средние издержки: $AC = TC/Q = q^2 - 18q + x$. Это парабола с ветвями вверх, значит, минимум в вершине:

$$q^* = 9$$

$$AC_{\min} = 9^2 - 18 \cdot 9 + x = x - 81 = P$$

Таким образом, цена на рынке составит $P = x - 81$, а каждая фирма производит 9 единиц продукции. Всего фирм на рынке 153, а значит, общее количество на рынке составит:

$$Q = 9 \cdot 153 = 1377$$

Подставляя цену и общее количество в функцию спроса, получаем ответ:

$$1377 = 7140 - 3(x - 81) \\ x = 2002$$

12. На рынке совершенной конкуренции функция издержек фирмы задается уравнением $TC = q^3 - 20q^2 + 200q + 3600$, где q – объем произведенной продукции. Рыночная цена составляет 75 рублей за единицу продукции. Определите оптимальный объем производства фирмы.

Решение. Ответ: 0.

Известно, что фирма останется на рынке в том случае, если цена не меньше минимума средних переменных издержек. Найдем минимум AVC:

$$AVC = \frac{VC}{q} = q^2 - 20q + 200$$

Мы получили параболу с ветвями вверх, минимум в вершине:

$$\tilde{q} = 10 \quad AVC_{\min} = 100 - 200 + 200 = 100$$

Таким образом, цена ниже минимума AVC, а значит, фирма уйдет с рынка и ее оптимальный объем производства составит 0.

13. Фирма является градообразующим предприятием в городе и занимается производством чапельников, являющихся уникальным товаром, что позволяет фирме быть монополистом. Издержки фирма несет только на выплату зарплат рабочим, чье предложение на рынке задается уравнением $L^s = w$, где L – количество рабочих, а w – ставка заработной платы. Зависимость произведенного количества от числа нанятых рабочих задается следующим уравнением $Q = 2L$. Спрос на продукцию монополиста задается уравнением $Q = 150 - P$, где Q – количество на рынке, а P – цена на рынке. Найдите оптимальное количество рабочих, которое наймет монополист.

Решение. Ответ: 30.

Запишем прибыль монополиста:

$$\pi = PQ - wL = (150 - Q)Q - L^2 = (150 - 2L)2L - L^2 = 300L - 5L^2$$

Функция прибыли – это парабола с ветвями вниз, максимум в вершине:

$$L^* = \frac{300}{10} = 30$$

14. Фирма является совершенным конкурентом на рынке товара и совершенным конкурентом на рынке труда. Эластичность выпуска по труду составляет $E_L^Q = \frac{2}{3}$ в точке максимума прибыли. Найдите значение рентабельности в точке максимума прибыли, если фирма несет только издержки на найм рабочих. Если ответ получился нецелым, запишите его в виде десятичной дроби, разделив дробную часть запятой (Например: 0,23).

Решение. Ответ: 0,5.

Точка максимума прибыли у совершенного конкурента:

$$MR = MC$$

$$MR = P$$

$$VC = w \cdot L(Q) \Rightarrow MC = w \cdot L'(Q)$$

$$E_L^Q = Q'(L) \cdot \frac{L}{Q} = \frac{L}{L'(Q) \cdot Q} = \frac{3}{2}$$

$$L'(Q) = \frac{1,5L}{Q}$$

$$P = \frac{1,5wL}{Q}$$

$$rent = \frac{Pr}{TC} = \frac{TR}{TC} - 1 = \frac{P \cdot Q}{w \cdot L} - 1 = \frac{\frac{1,5wL}{Q} \cdot Q}{wL} - 1 = 1,5 - 1 = 0,5$$

15. На совершенно конкурентном рынке функция спроса является линейной, при этом эластичность спроса по цене в точке равновесия равна -1.5. Определите значение равновесного объема на рынке, если потребители отказываются покупать товар при цене выше 40, а кривая предложения описывается уравнением $Q = P$, где P – цена на рынке, а Q – объем предложения.

Решение. Ответ: 24.

Воспользуемся формулой для подсчета эластичности через равновесную цену и максимальную цену спроса (равную 40 в задаче):

$$E_p^d = \frac{P^*}{P^* - P_{\max}}$$

$$-1.5 = \frac{P^*}{P^* - 40}$$

Отсюда равновесная цена равна 24, а из уравнения предложения находим оптимальный объем – 24.

16. Фермер владеет тремя полями, на которых может выращивать огурчики (x) и помидорчики (y) для последующей продажи на рынке, где цена огурчиков составляет 30 рублей за килограмм, а цена помидорчиков – 40 рублей за килограмм. КПВ первого поля задается уравнением $y_1 = 110 - x_1$, второго – $y_2 = 150 - 0.5x_2$, а третьего – $y_3 = 120 - 2x_3$, где x_1, x_2, x_3 и y_1, y_2, y_3 – объемы производства огурчиков и помидорчиков на первом, втором и третьем полях соответственно (в килограммах). Определите, сколько килограммов помидорчиков фермер продаст на рынке, если его цель – максимизировать выручку от продажи огурчиков и помидорчиков.

Решение. Ответ: 230.

Известно, что если альтернативные издержки производства x в линейной КПВ меньше отношения цены товара x к цене товара y , то на данной КПВ выгоднее производить только товар x и наоборот. Альтернативные издержки производства x на первой КПВ – 1, на второй – 0.5, на третьей – 2. А значит, фермер будет производить товар x только на второй КПВ, а товар y – на первой и третьей КПВ. Максимально на первой КПВ можно произвести 110 единиц y , а на третьей – 120 единиц. Тогда суммарно фермер произведет 230 единиц товара y (помидорчиков).

Задание с развернутым ответом (решением), 4 задания по 10 баллов.

Задача 1.

Атомная электростанция «Мир» является монополистом на локальном рынке энергии. Спрос на рынке задается функцией $P_d = 120 - 2Q$. Функция издержек электростанции имеет вид $TC(Q) = Q^2$. К сожалению, в процессе производства энергии, электростанция выделяет вредные отходы, загрязняющие окружающую среду. Денежный эквивалент этого влияния можно оценить функцией $L(Q) = 2Q^2$. В целях регулирования вреда природе, государство вводит потоварный налог. Какую ставку потоварного налога выберет государство для максимизации общественного благосостояния? (*Подсказка:* Общественное благосостояние SW рассчитывается как $SW = CS + PS + GS - L$, где CS это выигрыш потребителей, равный в данном случае $CS(Q) = Q^2$; PS это выигрыш производителей, в данном случае равный прибыли монополиста, GS – налоговые сборы государства, а L это внешний эффект в виде ущерба окружающей среде).

Решение. Государство максимизирует функцию общественного благосостояния. Функция прибыли монополиста имеет вид $\pi(Q) = TR(Q) - TC(Q) = (120 - 2Q) \cdot Q - Q^2 - tQ = (120 - t)Q - 3Q^2$. Монополист максимизирует свою функцию прибыли $\pi(Q) = 120Q - t \cdot Q - 3Q^2$ выбирает вершину параболы с ветвями вниз $Q^* = \frac{120-t}{6}$. Теперь обратим внимание на общественное благосостояние: общественное благосостояние будет записываться как $SW = CS + PS - L + T$, где $T = t \cdot Q$ – налоговые сборы государства. Подставив все функции, получаем:

$$SW(Q) = Q^2 + (120Q - t \cdot Q - 3Q^2) - 2Q^2 + t \cdot Q$$

Заметим, что в этой функции слагаемое $t \cdot Q$ присутствует один раз с минусом и один раз с плюсом и, следовательно, сокращается – действительно, с одной стороны, собранные налоги с одной стороны идут в казну государства, с другой стороны, были забраны у производителей. После сокращения налоговых сборов, остается функция $SW(Q) = 120Q - 4Q^2$. Это парабола с ветвями вниз, следовательно, максимум в вершине $Q^* = \frac{120}{2 \cdot 4} = 15$. Так как мы хотим получить значение $Q = 15$, получаем уравнение $Q^* = \frac{120-t}{6} = 15$, следовательно, ставка налога равна 30.

Ответ: $t = 30$.

Задача 2.

Фирма «Буратино» производит только столы и стулья. Известно, что для изготовления одного стола требуется 6 ножек и 2 доски, а для изготовления одного стула требуется 4 ножки и 1 доска. На складе фирмы имеется 36 ножек и 10 досок. Столы продаются на рынке по цене 9, а стулья по цене 5. Какую максимальную выручку может получить фирма «Буратино»?

Решение. Обозначим за x – количество столов, а за y – количество стульев. Заметим, что $2x + 1y \leq 10$ – каждый стол использует 2 доски, каждый стул использует 1 доску, а всего их 10. Аналогично, $6x + 4y \leq 36$ – каждый стол использует 6 ножек, каждый стул использует 4 ножки, а всего их 36. Объединив 2 эти условия, получаем, что КПВ задается уравнением $y = 9 - 1,5x$ при $x \leq 2$; $y = 10 - 2x$ при $x \geq 2$. На первом участке угол наклона больше соотношения цен, а на втором меньше. Следовательно, максимум выручки достигается в точке излома и фирма может получить 48.

Ответ: $TR = 48$.

Задача 3.

В некоторой стране «А» все люди делятся на 3 группы: бедные, средние и богатые. Известно, что доходы каждого человека в соответствующей группе одинаковы. Известно, что средний доход по стране, а также доход каждого человек из средней группы равен \$100. Если исключить всех бедных, то средний доход по стране окажется равным \$140. Найдите коэффициент Джини, если известно, что доля средней группы составляет 10% от населения страны, а бедные суммарно владеют 30% богатства страны.

Решение. Обозначим за i_1, i_2 и i_3 суммарную долю богатства бедных, средних и богатых соответственно от общего богатства страны; обозначим за n_1, n_2 и n_3 доли населения соответствующих групп в стране. Тогда $i_1 + i_2 + i_3 = 1$, аналогично, $n_1 + n_2 + n_3 = 1$, из условия, $n_2 = 0,1$, так как доход каждого человека из средней группы равен среднему доходу по стране; $i_1 = 0,3$ по условию. Заметим, что $\frac{i_2}{n_2} = \frac{i_1+i_2+i_3}{n_1+n_2+n_3} = \frac{1}{1}$, следовательно, $i_2 = 0,1$, а значит $i_3 = 1 - i_1 - i_2 = 0,6$. Средний доход богатых вместе со средними в $\frac{140}{100} = 1,4$ больше дохода средней группы, значит, $\frac{i_2+i_3}{n_2+n_3} = \frac{i_2}{n_2} \cdot 1,4 = 1,4$. Так как $i_1 = 0,3$, $i_2 + i_3 = 0,7$, следовательно $n_2 + n_3 = \frac{0,7}{1,4} = 0,5$, значит, $n_3 = 0,5 - n_2 = 0,4$. Отсюда получаем, что $n_1 = 1 - n_2 - n_3 = 0,5$.

Кривая Лоренца будет иметь вид ломаной с точками излома в $(n_1; i_1) = (0,5; 0,3)$; $(n_1 + n_2; i_1 + i_2) = (0,6; 0,4)$.

Для подсчета коэффициента Джини нужно разделить площадь между кривой Лоренца и прямой абсолютного равенства на 0,5. Посчитаем площадь:

$$S_1 = 0,5 - \frac{0,5 \cdot 0,3}{2} - \frac{(0,1 \cdot (0,3+0,4))}{2} - \frac{0,4 \cdot (0,4+1)}{2} = 0,5 - 0,075 - 0,035 - 0,28 = 0,11. \text{ Тогда коэффициент Джини равен } \frac{0,11}{0,5} = 0,22.$$

Ответ: $G = 0,22$.

Задача 4.

Фирма является монополистом на внутреннем рынке, спрос на продукцию фирмы задается функцией $P = 90 - 1,5Q$. Издержки фирмы задаются функцией $TC(Q) = 10Q + 0,5Q^2$. Фирма может выйти на международный рынок, на котором она сможет продать неограниченное количество продукции по цене 75. Однако для выхода на международный рынок фирма должна оплатить лицензию стоимостью S . Найдите, при какой максимальной стоимости лицензии фирма готова выходить на международный рынок.

Решение. Для начала, найдем прибыль фирмы, если она не выходит на международный рынок: $\pi(Q) = TR(Q) - TC(Q) = 90Q - 1,5Q^2 - 10Q - 0,5Q^2 = 80Q - 2Q^2$. Это парабола с ветвями вниз, следовательно, максимум в вершине $Q^* = \frac{80}{2 \cdot 2} = 20$. Подставляя это значение в функцию прибыли, получим $\pi(20) = 80 \cdot 20 - 2 \cdot 20^2 = 800$.

Теперь рассмотрим ситуацию, в которой фирма вышла на международный рынок и, соответственно, оплатила лицензию. Рассмотрим предельные выручки на внешнем и внутреннем рынке: $MR_i = 90 - 3Q_i$; $MR_w = 75$. В оптимуме эти предельные выручки должны быть равны друг другу и предельным издержкам производства $MC = 10 + Q_i + Q_w$. Из равенства

$90 - 3Q_i = 75$ получаем $Q_i = 5$; из равенства $10 + Q_i + Q_w = 75$ получаем $Q_w = 60$. Тогда прибыль фирмы будет равна $\pi = (90 - 1,5 \cdot 5) \cdot 5 + 75 \cdot 60 - 10 \cdot (5 + 60) - 0,5(5 + 60)^2 - S = 2150 - S$. Тогда понятно, что фирма согласится при стоимости лицензии не выше 1350.

Ответ: 1350.