Возможные решения задач
10 класс

Задача 1. Торможение автомобиля

Пусть автомобиль тормозил с ускорением *a*. При равнозамедленном движении

$$\upsilon = \upsilon_0 - at,$$

$$S = \upsilon_0 t - \frac{at^2}{2}.$$

Тогда за последнюю секунду (t_1 = 1 с) он проехал расстояние $S_1 = \upsilon_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2} = \frac{at_1^2}{2}$.

За все время *t* торможения автомобиль проехал расстояние $S = \frac{at^2}{2}$.

Так как $S = 9S_1$, то $t^2 = 9t_1^2$ или $t = 3$ с.

За последние две секунды (t_2 = 2 с) автомобиль проедет расстояние $S_2 = \frac{at_2^2}{2}$.

Это будет $\frac{S_2}{S} = \left(\frac{at_2^2}{2}\right) : \left(\frac{at^2}{2}\right) = \frac{t_2^2}{t^2} = \frac{4}{9}$ часть тормозного пути.

Критерии оценивания решения:

Написана формула для скорости при равнозамедленном движении – 1 балл.

Написана формула для пути при равнозамедленном движении – 1 балл.

Вывод формулы пути S_1, который автомобиль проехал за последнюю секунду – 2 балла.

Выписана формула для всего тормозного пути *S* – 1 балл.

Найдено общее время торможения – 2 балла.

Выписана формула для пути S_2 – 1 балл.

Получен правильный ответ – 2 балла.

Задача 2. Груз на пружине

До попадания пули удлинение пружины равно (удлинением пружины за счет собственной массы пренебрегаем):

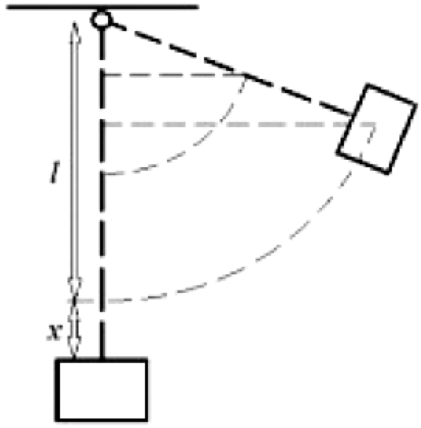
$$x = \frac{Mg}{k}, \qquad (1)$$

где *M* – масса груза, *k* – коэффициент жесткости пружины.

Энергия системы вначале состоит из кинетической энергии пули, потенциальной энергии растянутой пружины и потенциальной энергии пружины в поле тяжести, если отсчитывать потенциальную энергию от положения груза (см. рис.):

$$E_1 = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{kx^2}{2} + m_1 g\frac{l + x}{2}, \qquad (2)$$

где *m* – масса пули, *l* – длина недеформированной пружины, m_1 – ее масса.



Из закона сохранения импульса находим скорость груза с застрявшей в нем пулей, u:

$$m\upsilon = (m+M)u, \quad u = \frac{m\upsilon}{m+M}. \qquad (3)$$

Энергия системы после неупругого столкновения становится равна:

$$E_2 = \frac{m^2\upsilon^2}{2(m+M)} + \frac{kx^2}{2} + m_1 g\frac{l+x}{2}. \qquad (4)$$

В момент максимального отклонения пружины от вертикали, когда α = 60°, эта энергия равна только потенциальной энергии в поле тяжести:

$$E_3 = E_2 = (m+M)g(x+l-l\cos\alpha) + m_1 g\left(x+l-\frac{l}{2}\cos\alpha\right). \qquad (5)$$

Окончательно для длины недеформированной пружины получаем:

$$l = \frac{1}{1-\cos\alpha}\cdot\left(\frac{m^2\upsilon^2+(m+M)kx^2}{2(m+M)\left(m+M+\frac{m_1}{2}\right)g}\right). \qquad (6)$$

Численное значение длины $l = 70$ см.

Критерии оценивания решения:

Записано удлинение пружины до попадания пули, формула (1) – 1 балл.

Записаны все составляющие энергии системы вначале, формула (2) – 2 балла.

Записан закон сохранения импульса, формула (3) – 1 балл.

Записана энергия системы после застревания пули, формула (4) – 1,5 балла.

Записаны все составляющие энергии системы в конце, формула (5) – 2 балла.

Записана формула (6) для длины недеформированной пружины – 2 балла.

Найдено численное значение длины недеформированной пружины – 0,5 балла.

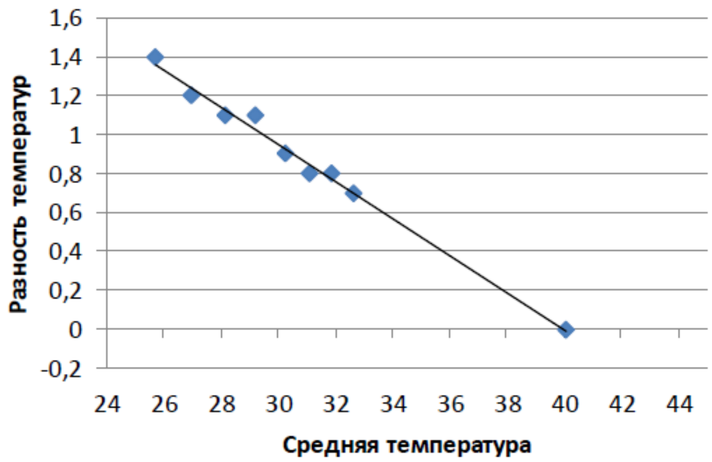
Задача 3. Нагрев воды

Предлагается графический способ решения данной задачи. Считаем, что температура воды увеличивается неравномерно за счет усиления теплоотдачи с ростом температуры.

Чтобы учесть влияние теплоотдачи, посмотрим, как меняется приращение $\Delta t°$ температуры воды за каждые $\Delta\tau = 3$ мин. в зависимости от температуры воды. Температуру будем считать как среднюю между ее значениями в начале и в конце каждого интервала времени. Построим на основе этого наблюдения следующую таблицу:

$t_{ср}$, °C	25,7	27	28,15	29,25	30,25	31,1	31,9	32,65
Δt, °C	1,4	1,2	1,1	1,1	0,9	0,8	0,8	0,7

По точкам этой таблицы построим график зависимости $\Delta t°$ от $t_{ср}°$.



Из графика видно, что прямая может пересекать ось абсцисс. Эта точка пересечения соответствует температуре $t_{ср} \approx 40$°C. Таким образом, вода нагреется только до этой температуры.

Критерии оценивания решения:

Указание на неравномерное нагревание воды за счет увеличения теплоотдачи с ростом температуры – 2 балла.

Предложена идея о вычислении приращений температуры воды за равные промежутки времени – 2 балл.

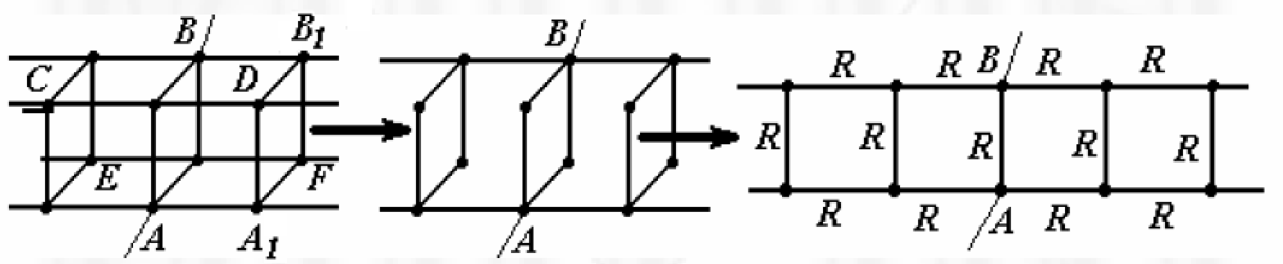
Представлена таблица с приращениями – 2 балла.

Построен график – 3 балла.

Получен правильный ответ, определена максимальная температура – 1 балл.

Задача 4. Бесконечная цепь

1) При подключении источника напряжения между точками A и B схема оказывается симметричной относительно плоскости, содержащей ребра AA_1 и BB_1.
2) Следовательно, ребра CD и EF являются эквипотенциальными и их можно исключить, так как ток по ним не течет. После этого схема упрощается.



3) Полученная схема состоит из 2 бесконечных цепочек, соединенных параллельно друг другу и резистора $R_{AB} = R$ параллельного им.
4) Для вычисления сопротивления бесконечной цепочки r используем известный прием: сопротивление не поменяется, если уберем одно звено. Тогда:

$$r = 2R + \frac{Rr}{R+r}. \qquad (1)$$

5) И сопротивление всей цепи R^*:

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R} + \frac{1}{r} + \frac{1}{r}. \qquad (2)$$

6) Из (1) получаем:

$$r_{1,2} = R \pm R\sqrt{3} = R(1 \pm \sqrt{3}). \qquad (3)$$

Подставляя в (2):

$$R^* = \frac{R}{\sqrt{3}} \approx 5.8 \text{ Ом}.$$

Критерии оценивания решения:

Первый пункт решения (симметрия) – 2 балла.

Второй пункт решения (упрощение схемы, переход к эквивалентной схеме) – 2 балла.

Третий пункт решения – 1 балл.

Четвертый пункт решения (запись формулы (1)) – 3 балла.

Пятый пункт решения (общее сопротивление всей цепи, формула (2)) – 1 балл.

Пятый пункт решения (получен правильный ответ) – 1 балл.

Задача 5. Деревянный стержень

Выберем систему координат с началом на поверхности воды. Рассмотрим случай, когда нижняя грань остановится точно на глубине $x = L$. Условие остановки:

$$A_g = A_a, \qquad (1)$$

где A_g – работа силы тяжести, а A_a – работа силы Архимеда.

Работа силы тяжести:

$$A_g = mgL = g\rho_1 SL^2, \qquad (2)$$

где S – площадь сечения стержня.

Сила Архимеда в рассматриваемом случае зависит от глубины как

$$F_a = \rho_2 gSx, \qquad (3)$$

и ее работа (по аналогии с силой упругости):

$$A_a = (\rho_2 gSx^2)/2. \qquad (4)$$

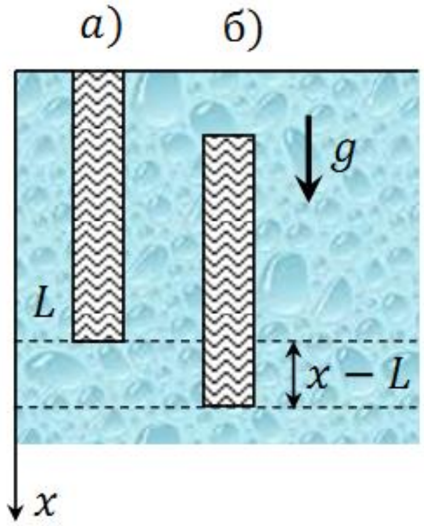
Тогда, если стержень остановился на глубине $x = L$, то из (1) получаем

$$(\rho_2 gSL^2)/2 = g\rho_1 SL^2 \qquad (5)$$

или

$$\rho_2 = 2\rho_1. \qquad (6)$$

Полученное условие определяет две возможности погружения:



а) $\rho_2 \geq \rho_1$ – стержень погрузится на глубину $x \leq L$;

б) $\rho_2 < \rho_1$ – после погружения на глубину $x = L$ стержень будет иметь ненулевую скорость и сможет погрузиться глубже.

Условию задачи соответствует второй случай и для определения условия остановки, когда глубина будет максимальной, необходимо учесть действие силы на дополнительном участке $x - L$. Так как на этом участке сила Архимеда будет постоянной и равной

$$F_a = \rho_2 gSL, \qquad (7)$$

то получим

$$\rho_1 gSLx = (\rho_2 gSL^2)/2 + \rho_2 gSL(x - L), \qquad (8)$$

и, решая это уравнение, найдем

$$x = (\rho_2 L)/(2(\rho_2 - \rho_1)). \qquad (7)$$

Подставляя данные задачи, получим для глубины погружения $x \approx 10{,}4$ см.

Критерии оценивания решения:

Рассмотрен случай остановки на глубине L – 1 балл.

Записано условие остановки – 1 балл.

Записана формула (2) – 1 балл.

Записаны формулы для переменной силы Архимеда и работы (3),(4) – 2 балла.

Получено условие (6), рассмотрены два случая погружения и определен необходимый для задачи – 1 балл.

Записано уравнение (8) для определения глубины погружения – 2 балла.

Найдено решение (9) – 1 балл.

Сделаны вычисления, получен правильный ответ – 1 балл.