Возможные решения задач

9 класс

Задача 1. Неравномерное движение.

1. Запишем условие, связывающее скорость тела и его координату:

$$v = \alpha x^{1/2},$$

или

$$v^2 = \alpha^2 x.$$

2. Определим физический смысл величины α^2.

Размерность

$$[\alpha^2] = [v^2]/[x] = м/с^2$$

совпадает с размерностью ускорения, следовательно, движение происходит с постоянным ускорением.

3. При равноускоренном движении в одном направлении координата (или путь S) связаны соотношением

$$S = x = v^2/(2a),$$

или

$$v = (2ax)^{1/2}.$$

4. Из условия задачи следует, что

$$a = 0{,}5\ м/с^2.$$

5. Такое ускорение тела будет во всех точках траектории.

Критерии оценивания:

1 балл – найдена связь квадрата скорости и координаты

4 балла – определена размерность коэффициента пропорциональности и характер движения тела.

2 балла – написано выражение связи координаты, скорости и ускорения при равнопеременном движении.

2 балла – найдено значение ускорения.

1 балл – записано постоянство ускорения во всех точках.

Задача 2. Плавкий предохранитель

После замыкания цепи на предохранителе согласно закону Джоуля-Ленца начнет выделяться теплота ($Q_1 = I^2R\tau$), которая будет постепенно разогревать предохранитель до предельной температуры. В переходном режиме (участок АВ) температура предохранителя увеличивается. При этом часть теплоты идет на нагревание предохранителя ($Q_2 = cm\Delta t$), а часть «уходит» через боковую поверхность предохранителя в окружающую среду ($Q_3 = \alpha St\tau$):

$$\begin{cases} Q_1 = Q_2 + Q_3 \\ I^2R\tau = cm\Delta t + \alpha St\tau \end{cases} \qquad (1)$$

В стационарном режиме температура предохранителя установится, достигнув предельного значения $t_{\max}$ и далее перестанет нарастать, т.е. можно также назвать равновесной температурой. Действительно, по мере роста температуры резистора будет увеличиваться поток теплоты в окружающее пространство через его боковую поверхность, тогда как мощность тепловыделения будет оставаться постоянной. В этом режиме часть теплоты, идущая на нагревание предохранителя, равна нулю ($Q_2 = 0$).

Таким образом, в стационарном (установившемся) режиме количество теплоты, выделяемой в резисторе за промежуток времени, должно быть равно количеству теплоты, отдаваемому за этот же промежуток времени в окружающую среду (равенство мощностей):

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta \tau} = \frac{\Delta Q_3}{\Delta \tau} \qquad (2)$$

$$\frac{I^2R\Delta\tau}{\Delta\tau} = \frac{\alpha St\Delta\tau}{\Delta\tau} \qquad (3)$$

$$I^2R = \alpha St \qquad (4)$$

где $R = \frac{\rho_{уд} l}{S} = \frac{\rho_{уд} l}{\pi r^2}$ – сопротивление резистора, $S = 2\pi rl$ – площадь боковой поверхности. Используя (4), найдём искомую температуру $t_{\max}$:

$$t_{\max} = \frac{\rho l^2}{2\alpha\pi^2 r^3} \approx 89.5\ ^\circ\mathrm{C}. \qquad (5)$$

Для оценки времени τ_1 разогрева предохранителя до предельной температуры запишем уравнение теплового баланса в некоторый момент времени τ, когда его температура равна t:

(6)

(7)

(8)

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta\tau} = \frac{\Delta Q_2}{\Delta\tau} + \frac{\Delta Q_3}{\Delta\tau}$$

$$I^2 R = \frac{cm\Delta t}{\Delta\tau} + \alpha St \qquad (9)$$

$$I^2 \frac{\rho_{уд} l}{\pi r^2} = c\rho\pi r^2 l \frac{\Delta t}{\Delta\tau} + \alpha 2\pi rlt$$

$$\frac{\Delta t}{\Delta\tau} = \frac{I^2 \rho_{уд} l}{c\rho\pi^2 r^4 l} - \frac{\alpha 2\pi rlt}{c\rho\pi r^2 l} = \frac{I^2 \rho_{уд}}{c\rho\pi^2 r^4} + \frac{2\alpha t}{c\rho r}$$

Формула (9) представляет собой изменение температуры предохранителя со временем, что является скоростью нарастания температуры. Тогда в начальный момент времени (t = 0 °C), формула (9) приобретает вид:

$$\left(\frac{\Delta t}{\Delta\tau}\right)_0 = \frac{I^2 \rho_{уд}}{c\rho\pi^2 r^4}. \qquad (10)$$

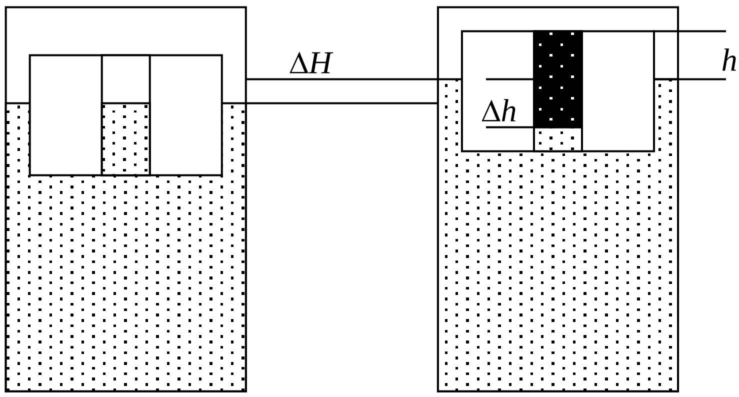
Тогда, в силу того, что во время разогрева (участок графика AB) скорость $\frac{\Delta t}{\Delta\tau}$ изменяется линейно, точка пересечения прямой AB с горизонтальной прямой $t = t_{max}$ будет соответствовать искомому времени разогрева предохранителя τ_1. Таким образом:

$$\tau_1 = \frac{t_{max}}{\left(\frac{\Delta t}{\Delta\tau}\right)_0} = \frac{c\rho r}{2\alpha} \approx 0.2 \text{ с}. \qquad (11)$$

Критерии оценивания:

1 балл – составлено уравнение теплового баланса (1)
1 балл – рассмотрен установившийся режим работы предохранителя (4)
2 балла – получено выражение для t_{max} и верное числовое значение (5)
3 балла – получено выражение для скорости нарастания температуры $\frac{\Delta t}{\Delta\tau}$ (9)
2 балла – учтёна начальная t = 0 °C и линейный рост температуры (10)
2 балла – получено выражение для τ_1 (11)

Задача 3. Шайба с дыркой



По условию задачи все масло осталось в дырке, т.е. условия плавания шайбы остались без изменений. Это значит, что глубина погружения шайбы не изменится. Шайба поднимется на величину поднятия уровня воды в стакане за счет того, что часть ее будет выдавлена из дырки налитым маслом. Обозначим h_1 высоту погруженной части шайбы. Поскольку дырка и стакан – сообщающиеся сосуды, условие гидростатического равновесия позволяет определить объем вытесненной из дырки воды:

$$\rho_0 h_1 = \rho (h + \Delta h) + \rho_0 (h_1 - \Delta h). \qquad (1)$$

$$\Delta h = \rho h / (\rho_0 - \rho) \qquad (2)$$

$$V = \Delta h S_1. \qquad (3)$$

Приравнивая выдавленный из дырки объем воды объему, перешедшему в стакан, находим высоту поднятия уровня воды ΔH, а значит и высоту поднятия шайбы:

$$\Delta H = S_1 \rho h / ((\rho_0 - \rho) S). \qquad (4)$$

Критерии оценивания:

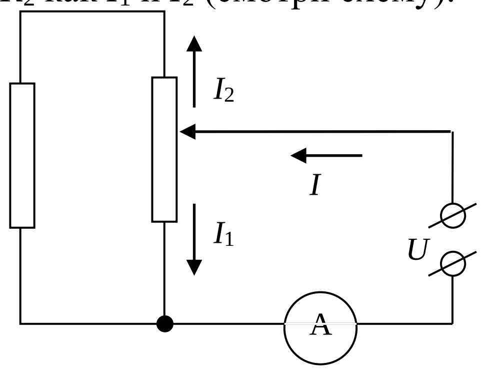
4 балла – правильно записано условие (1)

2 балла – правильно получено выражение для Δh (2)

4 балла – получено выражение для ΔH (4)

Задача 4. Электрическая цепь

Обозначим токи, текущие через части переменного резистора с сопротивлениями R_1 и R_2 как I_1 и I_2 (смотри схему).



Выражения для полного тока I и закон Ома для участков цепи имеют вид:

$$I = I_1 + I_2 \qquad (1)$$

$$U = I_1 R_1, \qquad (2)$$

$$I_1 R_1 = I_2(R_2 + R) = I_2(2R - R_1) \qquad (3)$$

Решение этой системы для неизвестного сопротивления R_1 приводит к уравнению:

$$R_1^2 - 2RR_1 + 2R\frac{U}{I} = 0 \qquad (4)$$

Откуда получаем

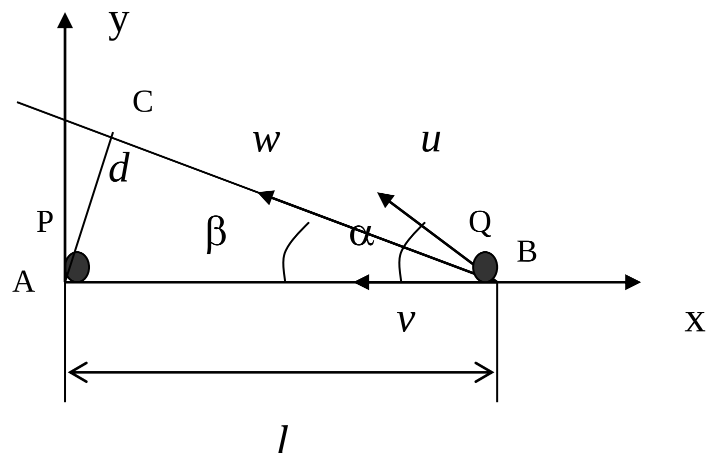
$$R_1 = R_2 = 6\text{ Ом},\ R_1/R_2 = 1. \qquad (5)$$

Критерии оценивания:

По 2 балла за каждое правильно выполненное действие (1–5).

Задача 5. Движение под углом

Для решения задачи перейдем в систему отсчета, связанную с частицей P:



В ней частица Q движется вдоль прямой, направленной к отрезку AB под углом β (см. рис), который определяется направлением вектора скорости $\vec{w} = \vec{v} + \vec{u}$ с проекциями

$$w_x = -(v + u\cos\alpha), \quad w_y = u\sin\alpha. \qquad (1)$$

В этой системе отсчета минимальным расстоянием между частицами будет длина перпендикуляра *d*, опущенного из точки A на направление движения частицы Q, которая из прямоугольного треугольника ABC равна $d = l\sin\beta$. Синус угла β можно найти из треугольника скоростей:

$$\sin\beta = w_y / \sqrt{w_x^{\ 2} + w_y^{\ 2}}. \qquad (2)$$

Подставляя найденные ранее значения проекций, получаем окончательно:

$$d = \frac{lu\sin\alpha}{\sqrt{v^2 + u^2 + 2uv\cos\alpha}}. \qquad (3)$$

Критерии оценивания:

2 балла – переход в систему отсчета, связанную с частицей P
2 балла – правильное определение проекций скорости (1)
2 балла – сделан вывод, что минимальным будет расстояние *d*
2 балла – правильно записано выражение (2)
2 балла – получено выражение для нахождения расстояния *d* (3)