

Олимпиада школьников «Покори Воробьёвы горы!»

Математика. 10 классы. Заключительный этап 2023/2024 учебного года

Вариант 10-1

1. На испытаниях беспилотных летательных аппаратов лучшими оказались две модели. При встречном ветре 3 м/с модель Альфа продержалась в воздухе на 150 секунд меньше модели Бета, но пролетела на 500 метров дальше. Какая из моделей пролетит большее расстояние при безветренной погоде и на сколько? Скорость каждой из моделей считать постоянной. Время нахождения модели в воздухе определяется только ее техническими параметрами и не зависит от погодных условий.
2. На бумажном правильном треугольнике со стороной 45 отметили 2023 красных точки. Можно ли на этом треугольнике разместить два правильных треугольника со стороной 1, не имеющих общих внутренних точек, так, чтобы внутри каждого из них не было ни одной красной точки?
3. Найдите $f(2024)$, если $f(x) = |2x - 1| - |2x - 3| + 6$ при $x \in [0; 2]$ и, кроме того, при всех целых значениях x

$$\begin{cases} f(x + 3) \leq f(x) + 6, \\ f(x + 2) \geq f(x) + 4. \end{cases}$$

4. В остроугольном треугольнике LOM обозначили точку пересечения высот через H , центр описанной окружности через Q . Площади треугольников LQH и OQH равны 5 и 3 соответственно. Найдите площадь треугольника MQH .
5. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$|2[\operatorname{tg} a] - 1|^x = [\operatorname{tg} a]^2 + 2$$

имеет рациональное решение x . Здесь, $[t]$ – целая часть числа t .

Апрель 2024 г.

Олимпиада школьников «Покори Воробьёвы горы!»

Математика. 10 классы. Заключительный этап 2023/2024 учебного года

Вариант 10-2

1. На испытаниях беспилотных летательных аппаратов лучшими оказались две модели. При встречном ветре 4 м/с модель А-1 продержалась в воздухе на 150 секунд меньше модели Б-2, но пролетела на 500 метров дальше. Какая из моделей пролетит большее расстояние при безветренной погоде и на сколько? Скорость каждой из моделей считать постоянной. Время нахождения модели в воздухе определяется только ее техническими параметрами и не зависит от погодных условий.
2. На бумажном правильном треугольнике со стороной 45 отметили 2022 синих точки. Можно ли на этом треугольнике разместить три правильных треугольника со стороной 1, не имеющих общих внутренних точек, так, чтобы внутри каждого из них не было ни одной синей точки?
3. Найдите $f(2024)$, если $f(x) = |3x - 2| - |3x - 4| + 5$ при $x \in [0; 2]$ и, кроме того, при всех целых значениях x

$$\begin{cases} f(x + 3) - 6 \leq f(x), \\ f(x + 2) - 4 \geq f(x). \end{cases}$$

4. В остроугольном треугольнике ABC обозначили точку пересечения высот через H , центр описанной окружности через O . Площади треугольников AON и BOH равны 15 и 8 соответственно. Найдите площадь треугольника COH .
5. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$|2[\operatorname{ctg} a] - 1|^x = [\operatorname{ctg} a]^2 + 2$$

имеет рациональное решение x . Здесь, $[t]$ – целая часть числа t .

Апрель 2024 г.