

Олимпиада школьников «Покори Воробьевы горы» по математике

Задания заключительного этапа 2024/2025 учебного года для 7-8 классов

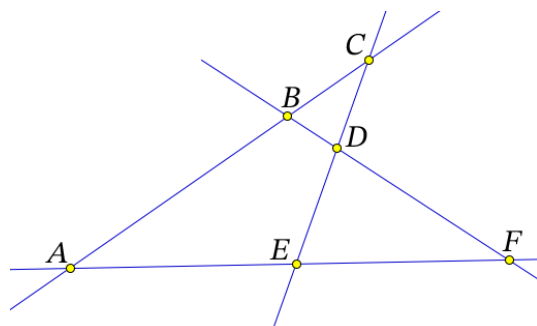
1. Маша испекла 13 пирожков с пятью разными начинками и принесла продавать на школьную ярмарку. Каждый пирожок с картошкой стоит 60 руб., с капустой – 70 руб., с яблоком – 80 руб., с малиной – 90 руб. и с клубникой – 100 руб.

С картошкой было 4 пирожка, а больше всего было пирожков с яблочной начинкой. Какую наибольшую и наименьшую возможную сумму при этих условиях может получить Маша, если продаст все пирожки?

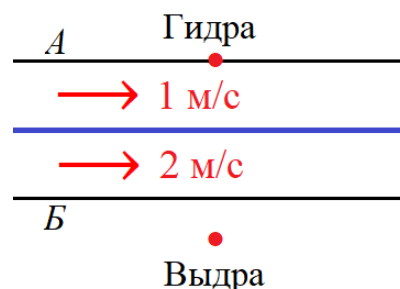
2. Назовем год *замечательным*, если номер года делится на сумму двузначных чисел, из которых этот номер составлен. Например, 2025 год – *замечательный*, поскольку 2025 делится на $20 + 25 = 45$. Назовите ближайший следующий *замечательный* год?

3. Дана доска 5×5 , в каждой из 25 клеточек которой стоит либо 0, либо 1. Никакие 3 единицы не могут стоять в подряд идущих клетках по горизонтали, по вертикали или по диагонали. Какое наибольшее число единиц может быть на доске?

4. На рисунке около шести точек поставили буквы A, B, C, D, E, F . Если буквы стереть, то сколько есть других способов расставить те же буквы около этих шести точек с условием: если три буквы соответствовали точкам, лежащим на одной прямой, то и при новой расстановке они должны соответствовать точкам на одной прямой (не обязательно на той же самой, и не обязательно в том же порядке)?



5. У канала шириной 20 метров от берега A до середины вода течёт со скоростью 1 м/сек, а после середины до берега B скорость течения удваивается. На берегу A у воды сидит Гидра. Напротив, на расстоянии 7 метров от берега B , сидит её подруга Выдра. Они одновременно бросаются навстречу друг другу – Гидра со скоростью 1 м/сек, а Выдра со скоростью V (и на суше, и в воде). Они обе держат путь перпендикулярно каналу, но вода, конечно, будет сносить их в сторону. Найдите скорость V , при которой встреча подруг произойдет как можно ближе к середине канала.



6. Назовем словом *размах* разность между наибольшим и наименьшим числом в наборе чисел $(x_1, \dots, x_n)$. Например, размах набора $(4, 1, 7, 1, 3)$ равен 6 (разность 7 и 1).

Дан набор 2025 чисел $(x_1, \dots, x_{2025})$ с размахом 1. Найдите наибольший возможный размах у набора чисел $(y_1, \dots, y_{2025})$, где

$$y_1 = x_1, y_2 = \frac{x_1 + x_2}{2}, y_3 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \dots, y_{2025} = \frac{x_1 + \dots + x_{2025}}{2025}.$$