

## 7 класс

## Задачи

*Данный файл содержит печатные версии задач. Онлайн-версии могут незначительно отличаться в формулировках. В частности, отсюда убраны все рекомендации по вводу ответов в систему.*

**Задача 1. ( 2 балла)**

**Вариант 1.** На конкурсе шесть судей выставляют свои оценки (целые неотрицательные числа), затем самая большая и самая маленькая оценки отбрасываются, и итоговая оценка участника является суммой оставшихся четырёх оценок. Если самых больших оценок несколько, отбрасывается только одна из них, аналогичное верно и для самой маленькой оценки.

Участник получил от шести судей в сумме 60 баллов. Какое наибольшее число баллов у него могло оказаться после отбрасывания самой большой и самой маленькой оценки?

**Вариант 2.** На конкурсе семь судей выставляют свои оценки (целые неотрицательные числа), затем самая большая и самая маленькая оценки отбрасываются, и итоговая оценка участника является суммой оставшихся пяти оценок. Если самых больших оценок несколько, отбрасывается только одна из них, аналогичное верно и для самой маленькой оценки.

Участник получил от семи судей в сумме 60 баллов. Какое наибольшее число баллов у него могло оказаться после отбрасывания самой большой и самой маленькой оценки?

**Вариант 3.** На конкурсе пять судей выставляют свои оценки (целые неотрицательные числа), затем самая большая и самая маленькая оценки отбрасываются, и итоговая оценка участника является суммой оставшихся трёх оценок. Если самых больших оценок несколько, отбрасывается только одна из них, аналогичное верно и для самой маленькой оценки.

Участник получил от пяти судей в сумме 60 баллов. Какое наибольшее число баллов у него могло оказаться после отбрасывания самой большой и самой маленькой оценки?

**Задача 2. ( 2 балла)**

**Вариант 1.** В филиале корпорации работали начальник и 9 подчинённых. Зарплата начальника была вдвое больше средней зарплаты подчинённых. При очередном повышении зарплаты начальник филиала отчитался о повышении средней зарплаты по филиалу на 20%, при этом средняя зарплата подчинённых выросла только на 10%.

На сколько процентов выросла зарплата начальника?

**Вариант 2.** В филиале корпорации работали начальник и 19 подчинённых. Зарплата начальника была вдвое больше средней зарплаты подчинённых. При очередном повышении зарплаты начальник филиала отчитался о повышении средней зарплаты по филиалу на 20%, при этом средняя зарплата подчинённых выросла только на 10%.

На сколько процентов выросла зарплата начальника?

**Вариант 3.** В филиале корпорации работали начальник и 24 подчинённых. Зарплата начальника была вдвое больше средней зарплаты подчинённых. При очередном повышении зарплаты начальник филиала отчитался о повышении средней зарплаты по филиалу на 20%, при этом средняя зарплата подчинённых выросла только на 10%.

На сколько процентов выросла зарплата начальника?

**Задача 3. ( 3 балла)**

**Вариант 1.** В прямоугольнике  $ABCD$  выполняются равенства  $AB = CD = 4$ ,  $AD = BC = 5$ . Точка  $K$  на отрезке  $AD$  такова, что  $AK = 1$ . Точка  $L$  на отрезке  $CD$  такова, что  $DL = 1$ .

Пользуясь тем, что сумма углов треугольника равна  $180^\circ$ , найдите  $\angle KBL$ .

**Вариант 2.** В прямоугольнике  $ABCD$  выполняются равенства  $AB = CD = 6$ ,  $AD = BC = 5$ . Точка  $K$  на отрезке  $AB$  такова, что  $AK = 1$ . Точка  $L$  на отрезке  $BC$  такова, что  $BL = 1$ .

Пользуясь тем, что сумма углов треугольника равна  $180^\circ$ , найдите  $\angle KDL$ .

**Вариант 3.** В прямоугольнике  $ABCD$  выполняются равенства  $AB = CD = 7$ ,  $AD = BC = 5$ . Точка  $K$  на отрезке  $CD$  такова, что  $CK = 2$ . Точка  $L$  на отрезке  $AD$  такова, что  $DL = 2$ .

Пользуясь тем, что сумма углов треугольника равна  $180^\circ$ , найдите  $\angle KBL$ .

**Задача 4. ( 3 балла)**

**Вариант 1.** У Алисы и Боба есть прут длиной один метр. С помощью этого прута они играют в игру, первой ходит Алиса. В свой ход игрок может сломать одну из имеющихся палочек на две части меньшего размера. Игра заканчивается, когда остаётся ровно 125 палочек.

Алиса хочет, чтобы из каких-то трёх палочек в конце игры можно было составить треугольник, Боб хочет ей помешать. Кто выиграет при правильной игре?

**Вариант 2.** У Алисы и Боба есть прут длиной один метр. С помощью этого прута они играют в игру, первой ходит Алиса. В свой ход игрок может сломать одну из имеющихся палочек на две части меньшего размера. Игра заканчивается, когда остаётся ровно 99 палочек.

Алиса хочет, чтобы из каких-то трёх палочек в конце игры можно было составить треугольник, Боб хочет ей помешать. Кто выиграет при правильной игре?

**Вариант 3.** У Алисы и Боба есть прут длиной один метр. С помощью этого прута они играют в игру, первой ходит Алиса. В свой ход игрок может сломать одну из имеющихся палочек на две части меньшего размера. Игра заканчивается, когда остаётся ровно 77 палочек.

Алиса хочет, чтобы из каких-то трёх палочек в конце игры можно было составить треугольник, Боб хочет ей помешать. Кто выиграет при правильной игре?

#### Задача 5. ( 3 балла)

**Вариант 1.** Клетчатая доска  $9 \times 9$  раскрашена в два цвета в шахматном порядке. На ней стоят *чётные ладьи* — фигуры, которые бьют по горизонтали и вертикали, но только поля того цвета, на котором находятся. Чётная ладья может бить поля своего цвета сквозь другую чётную ладью, находящуюся на поле другого цвета.

Какое наибольшее количество чётных ладей можно расставить на такой доске так, чтобы они не били друг друга?

**Вариант 2.** Клетчатая доска  $11 \times 11$  раскрашена в два цвета в шахматном порядке. На ней стоят *чётные ладьи* — фигуры, которые бьют по горизонтали и вертикали, но только поля того цвета, на котором находятся. Чётная ладья может бить поля своего цвета сквозь другую чётную ладью, находящуюся на поле другого цвета.

Какое наибольшее количество чётных ладей можно расставить на такой доске так, чтобы они не били друг друга?

**Вариант 3.** Клетчатая доска  $13 \times 13$  раскрашена в два цвета в шахматном порядке. На ней стоят *чётные ладьи* — фигуры, которые бьют по горизонтали и вертикали, но только поля того цвета, на котором находятся. Чётная ладья может бить поля своего цвета сквозь другую чётную ладью, находящуюся на поле другого цвета.

Какое наибольшее количество чётных ладей можно расставить на такой доске так, чтобы они не били друг друга?

#### Задача 6. ( 4 балла)

**Вариант 1.** Найдите наибольшее натуральное число, для которого сумма остатка и неполного частного при делении на 19 не больше, чем сумма остатка и неполного частного при делении на 20.

**Вариант 2.** Найдите наибольшее натуральное число, для которого сумма остатка и неполного частного при делении на 29 не больше, чем сумма остатка и неполного частного при делении на 30.

**Вариант 3.** Найдите наибольшее натуральное число, для которого сумма остатка и неполного частного при делении на 24 не больше, чем сумма остатка и неполного частного при делении на 25.

#### Задача 7. ( 4 балла)

**Вариант 1.** На Острове Невезения живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут (есть и те, и другие). У каждого из них ровно четыре друга. Однажды каждый сказал: «Среди моих друзей ровно два рыцаря». Какое наименьшее и наибольшее количество рыцарей может быть на острове, если там живут всего 32 человека?

**Вариант 2.** На Острове Невезения живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут (есть и те, и другие). У каждого из них ровно четыре друга. Однажды каждый сказал: «Среди моих друзей ровно два рыцаря». Какое наименьшее и наибольшее количество рыцарей может быть на острове, если там живут всего 44 человека?

**Вариант 3.** На Острове Невезения живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут (есть и те, и другие). У каждого из них ровно четыре друга. Однажды каждый сказал: «Среди моих друзей ровно два рыцаря». Какое наименьшее и наибольшее количество рыцарей может быть на острове, если там живут всего 26 человек?

#### Задача 8. ( 5 баллов)

**Вариант 1.** Натуральные числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  таковы, что  $ab + bc + ac = p$  — простое и  $b^2 + c^2$  делится на  $p$ . Найдите все возможные значения  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $p$ .

**Вариант 2.** Натуральные числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  таковы, что  $ab + bc + ac = p$  — простое и  $a^2 + c^2$  делится на  $p$ . Найдите все возможные значения  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $p$ .

**Вариант 3.** Натуральные числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  таковы, что  $ab + bc + ac = p$  — простое и  $a^2 + b^2$  делится на  $p$ . Найдите все возможные значения  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $p$ .