

8 класс

Задачи

Данный файл содержит печатные версии задач. Онлайн-версии могут незначительно отличаться в формулировках. В частности, отсюда убраны все рекомендации по вводу ответов в систему.

Задача 1. (2 балла)

Вариант 1. Вася решал приведённое квадратное уравнение с целыми корнями $x_1 = -3$ и x_2 по теореме Виета, но перепутал второй коэффициент и свободный член и получил целые корни $x_3 = -1$ и x_4 .

Найдите x_2 и x_4 .

Вариант 2. Вася решал приведённое квадратное уравнение с целыми корнями $x_1 = 4$ и x_2 по теореме Виета, но перепутал второй коэффициент и свободный член и получил целые корни $x_3 = 2$ и x_4 .

Найдите x_2 и x_4 . В ответе запишите их в любом порядке через запятую.

Вариант 3. Вася решал приведённое квадратное уравнение с целыми корнями $x_1 = 1$ и x_2 по теореме Виета, но перепутал второй коэффициент и свободный член и получил целые корни $x_3 = 3$ и x_4 .

Найдите x_2 и x_4 . В ответе запишите их в любом порядке через запятую.

Задача Вариант 2. (2 балла)

Вариант 1. Сумма трёх чисел равна 0, а их произведение равно 17. Найдите сумму кубов этих трёх чисел.

Вариант 2. Сумма трёх чисел равна 0, а их произведение равно 19. Найдите сумму кубов этих трёх чисел.

Вариант 3. Сумма трёх чисел равна 0, а их произведение равно 23. Найдите сумму кубов этих трёх чисел.

Задача 3.(2 балла)

Вариант 1. $ABCD$ — квадрат со стороной 1728. На отрезке BC взята точка K такая, что $BK = 720$. Перпендикуляр к прямой AK , восстановленный в точке K , пересекает отрезок CD в точке L . Перпендикуляр к прямой KL , восстановленный в точке L , пересекает отрезок AD в точке M .

Найдите длину LM .

Вариант 2. $ABCD$ — квадрат со стороной 1600. На отрезке BC взята точка K такая, что $BK = 1200$. Перпендикуляр к прямой AK , восстановленный в точке K , пересекает отрезок CD в точке L . Перпендикуляр к прямой KL , восстановленный в точке L , пересекает отрезок AD в точке M .

Найдите длину LM .

Вариант 3. $ABCD$ — квадрат со стороной 3375. На отрезке BC взята точка K такая, что $BK = 1800$. Перпендикуляр к прямой AK , восстановленный в точке K , пересекает отрезок CD в точке L . Перпендикуляр к прямой KL , восстановленный в точке L , пересекает отрезок AD в точке M .

Найдите длину LM .

Задача 4. (3 балла)

Вариант 1. По одну сторону от прямой AC взяты точки B и D . Площади треугольников ABC и ACD равны 30 и 40 соответственно. Найдите площадь четырёхугольника, образованного серединами отрезков AB , BC , CD и AD .

Вариант 2. По одну сторону от прямой AC взяты точки B и D . Площади треугольников ABC и ACD равны 40 и 60 соответственно. Найдите площадь четырёхугольника, образованного серединами отрезков AB , BC , CD и AD .

Вариант 3. По одну сторону от прямой AC взяты точки B и D . Площади треугольников ABC и ACD равны 20 и 24 соответственно. Найдите площадь четырёхугольника, образованного серединами отрезков AB , BC , CD и AD .

Задача 5. (3 балла)

Вариант 1. Сумма четырёх попарно различных простых чисел равна утроенному произведению двух из них. Какое наименьшее значение может принимать эта сумма?

Вариант 2. Сумма четырёх попарно различных простых чисел равна произведению двух из них. Какое наименьшее значение может принимать эта сумма?

Вариант 3. Сумма четырёх попарно различных простых чисел равна произведению двух из них, умноженному на 5. Какое наименьшее значение может принимать эта сумма?

Задача 6. (3 балла)

Вариант 1. В какое наибольшее количество раз произведение восьми подряд идущих чисел может быть больше их наименьшего общего кратного?

Вариант 2. В какое наибольшее количество раз произведение десяти подряд идущих чисел может быть больше их наименьшего общего кратного?

Вариант 3. В какое наибольшее количество раз произведение одиннадцати подряд идущих чисел может быть больше их наименьшего общего кратного?

Задача 7. (4 балла)

Вариант 1. Фокусник раздал зрителям разноцветные шляпы, а затем сказал: «Как бы вы не поменялись шляпами, я смогу выбрать семерых из вас так, что ни один из них не получил шляпу от другого». При каком наименьшем числе зрителей фокусник гарантированно будет прав?

Вариант 2. Фокусник раздал зрителям разноцветные шляпы, а затем сказал: «Как бы вы не поменялись шляпами, я смогу выбрать восьмерых из вас так, что ни один из них не получил шляпу от другого». При каком наименьшем числе зрителей фокусник гарантированно будет прав?

Вариант 3. Фокусник раздал зрителям разноцветные шляпы, а затем сказал: «Как бы вы не поменялись шляпами, я смогу выбрать шестерых из вас так, что ни один из них не получил шляпу от другого». При каком наименьшем числе зрителей фокусник гарантированно будет прав?

Задача 8. (5 баллов)

Вариант 1. Дети нарисовали мелками на клетчатой доске 1000×1000 по клеточкам 70000 прямоугольников площади 15 каждый. Прямоугольники могут пересекаться и даже совпадать.

Вася посчитал все клетки, каждая из которых находится внутри хотя бы двух из нарисованных прямоугольников. Какое наименьшее число могло у него получиться?

Вариант 2. Дети нарисовали мелками на клетчатой доске 1000×1000 по клеточкам 50000 прямоугольников площади 21 каждый. Прямоугольники могут пересекаться и даже совпадать.

Вася посчитал все клетки, каждая из которых находится внутри хотя бы двух из нарисованных прямоугольников. Какое наименьшее число могло у него получиться?

Вариант 3. Дети нарисовали мелками на клетчатой доске 1000×1000 по клеточкам 35000 прямоугольников площади 35 каждый. Прямоугольники могут пересекаться и даже совпадать.

Вася посчитал все клетки, каждая из которых находится внутри хотя бы двух из нарисованных прямоугольников. Какое наименьшее число могло у него получиться?