

9 класс

Задачи

Данный файл содержит печатные версии задач. Онлайн-версии могут незначительно отличаться в формулировках. В частности, отсюда убраны все рекомендации по вводу ответов в систему.

Некоторые задачи даны в общем виде, данные по вариантам представлены в соответствующих таблицах.

Задача 1. (2 балла)**Вариант 1.**

Квадратный трёхчлен $f(x)$ таков, что $f(4) = 63$, $f(-3) = 14$.

Найдите $f(1) - f(0)$.

Вариант 2.

Квадратный трёхчлен $f(x)$ таков, что $f(5) = 72$, $f(-4) = 27$.

Найдите $f(1) - f(0)$.

Вариант 3.

Квадратный трёхчлен $f(x)$ таков, что $f(6) = 77$, $f(-5) = 33$.

Найдите $f(1) - f(0)$.

Вариант 4.

Квадратный трёхчлен $f(x)$ таков, что $f(7) = 91$, $f(-6) = 52$.

Найдите $f(1) - f(0)$.

Вариант 5.

Квадратный трёхчлен $f(x)$ таков, что $f(8) = 90$, $f(-7) = 60$.

Найдите $f(1) - f(0)$.

Вариант 6.

Квадратный трёхчлен $f(x)$ таков, что $f(9) = 102$, $f(-8) = 85$.

Найдите $f(1) - f(0)$.

Задача 2. (3 балла) (общий вид).

$ABCD$ — вписанный четырёхугольник, $AD = CD = a$, $BD = b$, $\angle C = 90^\circ$. Найдите радиус вписанной окружности треугольника BCD .

Задача 3. (3 балла) (общий вид).

$ABCD$ — равнобедренная трапеция, лучи AB и DC пересекаются в точке X , а диагонали трапеции в точке Y . Точка K , лежащая между прямыми AD и BC такова, что $\angle BKC + \angle DKA = \angle BYC$. O — центр описанной окружности треугольника ABK . $AB = a$, $BX = b$, $OK = r$

Найдите OX^2 .

Задача 4. (3 балла)

Вариант 1. В клетках таблицы 7×7 расставлены неотрицательные числа. В каждом прямоугольнике 2×3 или 3×2 сумма чисел не превосходит 60.

Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел во всей таблице?

Вариант 2. В клетках таблицы 11×11 расставлены неотрицательные числа. В каждом прямоугольнике 5×3 или 3×5 сумма чисел не превосходит 50.

Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел во всей таблице?

Вариант 3. В клетках таблицы 15×15 расставлены неотрицательные числа. В каждом прямоугольнике 4×7 или 7×4 сумма чисел не превосходит 10.

Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел во всей таблице?

Задача 5. (3 балла)

Вариант 1. Будем обозначать $\overline{abc}$ число, состоящее из трёх различных цифр a , b и c в указанном порядке. Какое наибольшее значение может принимать $\text{НОД}(abc, bca)$?

Вариант 2. Будем обозначать $abba$ число, состоящее из цифр a , b , b и a в указанном порядке, причём $a \neq b$. Какое наибольшее значение может принимать $\text{НОД}(abba, baab)$?

Вариант 3. Будем обозначать abc число, состоящее из трёх различных цифр a , b и c в указанном порядке. Какое наибольшее значение может принимать $\text{НОД}(abc, cba)$?

Задача 6. (4 балла) (общий вид)

Про положительные числа a, b, c известно, что $\frac{1}{abc} - k^2 \left(\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} + \frac{c}{ab} \right) = 2k^3$.

Докажите, что среди чисел a, b, c есть число, не меньшее $\frac{1}{2k}$.

Задача 7. (4 балла)(общий вид)

В Нонквинтляндии n городов, некоторые из которых соединены дорогами. Путешественник обнаружил, что невозможно проехать по пяти разным дорогами и вернуться в исходный город. Докажите, что в стране не более m дорог.

Каждая дорога соединяет два города. Два города могут быть соединены не более, чем одной дорогой. По каждой дороге можно двигаться в любом из двух направлений. Путешественник может двигаться только по дорогам.

Задача 8. (5 баллов)(общий вид)

Обозначим за $d(n)$ число натуральных делителей числа n (включая единицу и само число).

Найдите все такие n , что $n = p \cdot d(n)$.