Время выполнения заданий — 180 минут.

Баллы за верные обоснованные решения каждой задачи указаны в скобках. Максимальный балл за всю работу равен 100.

Задача 7.1. *(15 баллов)* Найдите наименьшее десятизначное натуральное число, все цифры которого различны, такое, что при вычёркивании всех чётных цифр остаётся 97531, а при вычёркивании всех нечётных цифр — 02468.

Задача 7.2. *(15 баллов)* Дан равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$). На сторонах AB, BC, AC отметили точки K, L, M соответственно так, что $\angle AKM = 90°$, $\angle BLK = 90°$ и $KM = KL$. Чему равен угол CML?

Задача 7.3. *(15 баллов)* На складе стоят несколько ящиков. Известно, что ящиков не более 60, и в каждом из них находятся либо 59 яблок, либо 60 апельсинов. После того, как на склад принесли коробку с некоторым количеством апельсинов, фруктов на складе стало поровну. Какое наименьшее количество апельсинов могло быть в принесённой коробке?

Задача 7.4. *(15 баллов)* На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды 100 жителей этого острова выстроились в ряд, и каждый из них сказал одну из следующих фраз:

- «Слева от меня лжецов столько же, сколько и рыцарей.»
- «Слева от меня лжецов на 1 больше, чем рыцарей.»
- «Слева от меня лжецов на 2 больше, чем рыцарей.»

  …
- «Слева от меня лжецов на 99 больше, чем рыцарей.»

Известно, что каждую фразу сказал ровно один человек. Какое наименьшее количество лжецов может быть среди этих 100 жителей?

Задача 7.5. *(20 баллов)* Андрей выписал на доску 6 последовательных четырёхзначных чисел в строчку в порядке возрастания. Затем он под каждым из этих чисел написал один из его простых делителей, причём все выписанные простые делители оказались разными. После этого Андрей стёр исходные 6 чисел и пригласил в класс Бориса. Всегда ли Борис, видя выписанные на доску простые делители, сможет однозначно определить исходные числа?

Задача 7.6. *(20 баллов)* На столе по кругу лежат n монет, пронумерованных числами от 0 до $n-1$ в некотором порядке. За одну операцию разрешается взять какую-то монету с номером k и переместить её на k позиций в произвольном направлении, сместив при этом промежуточные монеты (например, операция над монетой с номером 2 может быть выполнена одним из двух способов, показанных на рисунке ниже). Докажите, что из любого начального положения можно получить такое, в котором, начиная с некоторого места, монеты 0, 1, 2, …, $n-1$ лежат по часовой стрелке.