Время выполнения заданий — 180 минут.

Баллы за верные обоснованные решения каждой задачи указаны в скобках. Максимальный балл за всю работу равен 100.

Задача 8.1. *(15 баллов)* В школьную столовую собираются завести шесть видов шоколадных батончиков. По ГОСТу требуется, чтобы цены батончиков были натуральными числами и суммарная стоимость шести различных батончиков была равна 101 рублю. Кроме того, администрация хочет установить цены так, чтобы для любых двух школьников, купивших одинаковое количество батончиков — не более одного каждого вида, стоимости их покупок отличались меньше чем на некоторое натуральное d. При каком наименьшем d администрация сможет этого добиться?

Задача 8.2. *(15 баллов)* Даны две одинаковые стопки из девяти карточек, на которых написаны числа 0, 1, 2, ..., 8. Можно ли разложить эти карточки по кругу так, чтобы нули лежали рядом, между единицами лежала ровно одна карточка, ..., между карточками с числом k лежало ровно k карточек, ..., между карточками с числом 8 лежало ровно 8 карточек?

Задача 8.3. *(15 баллов)* Параллелепипед $6 \times 5 \times 5$, покрасили снаружи в синий цвет, а потом распилили на единичные кубики. Из какого наибольшего числа кубиков можно сложить синий снаружи параллелепипед без внутренних полостей, используя только кубики с хотя бы одной синей гранью?

Задача 8.4. *(15 баллов)* Найдите все пары целых $(x; y)$, для которых верно равенство

$$\sqrt{x-\sqrt{y}}+\sqrt{x+\sqrt{y}}=\sqrt{xy}.$$

Задача 8.5. *(20 баллов)* В треугольнике ABC проведена высота BH. Точка N симметрична H относительно середины стороны AC. Предположим, что $BN = AC$. Докажите, что ортоцентр делит отрезок BH в отношении $3 : 1$, считая от вершины.

Задача 8.6. *(20 баллов)* Дана таблица с n строками и десятью столбцами, Петя и Вася по очереди ставят в клетки таблицы крестики и нолики. За ход Петя ставит два крестика (или, если осталось одно незаполненное поле, то 1 крестик), а Вася ставит один нолик. Начинает Петя. Игра заканчивается, когда все клетки таблицы заполнены. Если есть строка, заполненная только крестиками, побеждает Петя, иначе Вася. Для какого минимального n Петя может гарантировать себе победу?