

Олимпиада «Высшая проба» проводится при поддержке Сбера, приветствуем участников соревнования! Поздравляем — ты являешься участником заключительного этапа олимпиады по направлению «Математика»! Сбер, как и ты, всегда стремится к амбициозным задачам и гениальным прорывам. Желаем тебе блистательной победы!



Время выполнения заданий — 240 минут.

Баллы за верные обоснованные решения каждой задачи указаны в скобках.

Максимальный балл за всю работу равен 100.

8.1. (13) В игре «Тактика онлайн» за каждую победу игроку начисляют 15 очков, за ничью — 8 очков, а за каждое поражение снимают 12 очков. За какое наименьшее количество игр Вася мог набрать 104 очка?

8.2. (13) По кругу сидят 100 гномов, перед каждым лежит чётное число кристаллов. Если бы каждый гном отдал половину своих кристаллов соседу справа, то у 64 гномов кристаллов стало бы больше, а у всех остальных — меньше. У какого наибольшего количества гномов может стать больше кристаллов, чем было, если каждый отдаст половину своих кристаллов соседу слева? Ответ обоснуйте.

8.3. (16) В треугольнике ABC точка D — середина AB , а точка E — середина AC . На стороне AC выбрана точка F такая, что $AF = 2FC$. Известно, что DF — биссектриса угла $\angle CDE$, $\angle B = 60^\circ$. Найдите угол $\angle BAC$.

8.4. (16) В цирке работают 10 силачей, у которых есть 10 разных гирь. Каждый силач может поднять любую гирю не тяжелее определённого веса (и для каждого силача этот вес свой). Для номера нужно каждому силачу выдать по гире, которую он сможет поднять. Могло ли оказаться так, что есть ровно 3000 способов осуществить требуемое?

8.5. (20) В лаборатории тестируют два одинаковых телефона. Каждый телефон в течение часа равномерно заряжается от 0% до 100%, после чего его тут же отключают от зарядки. В течение двух часов телефон равномерно разряжается до 20%, после чего он переходит в режим энергосбережения и равномерно разряжается до 0% в течение ещё одного часа. Как только телефон разряжается полностью, его снова ставят на зарядку, и цикл повторяется. Час назад суммарный заряд обоих телефонов составлял 135%, полчаса назад он составлял 116%, а сейчас он равен 81%. Каким будет суммарный заряд телефонов через полтора часа?

8.6. (22) У Миши есть клетчатая доска 100×100 и 500 полных наборов кораблей для игры в морской бой (каждый набор содержит один корабль в виде прямоугольника 1×4 , два 1×3 , три 1×2 и четыре 1×1). Он хочет разместить корабли из этих наборов на доске по правилам морского боя (никакие два различных корабля не соприкасаются стороной или углом) таким образом, чтобы суммарное число клеток, покрытых кораблями, было наибольшим. Какое наибольшее количество клеток сможет покрыть Миша?