1. Имеется шесть карточек с буквами С, О, Б, А, К, И. Сколькими способами можно расположить все карточки в ряд так, чтобы не было трех согласных подряд и не было трех гласных подряд? (12 баллов)

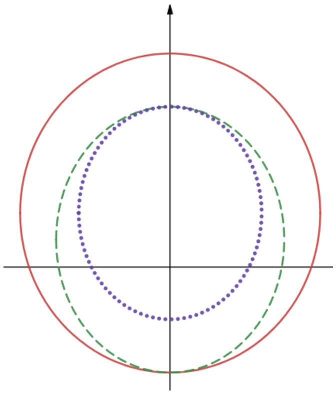
2. Пусть x, y, z – корни многочлена $P(t)=t^3-3t-1$. Найдите $x^7+y^7+z^7$. (16 баллов)

3. В треугольнике ABC угол B равен $60°$, отрезок CH - высота. Окружность с центром в точке O_1 и радиусом $R=\frac{\sqrt{39}}{3}$ описана около треугольника ABC. В треугольник BCH вписана окружность с центром в точке O_2 и радиусом $r=\sqrt{3}-1$. Найдите длину O_1O_2. (16 баллов)

4. Найдите все значения x, для которых неравенство $\sqrt{2x^2+8x+a}>ax^2+(1-a)(2x-1)-15$ верно для любого $a\in[-2;0]$. (16 баллов)

5. Основанием четырехугольной пирамиды $SABCD$ является параллелограмм $ABCD$ со сторонами $AB=\sqrt{7}$, $BC=3\sqrt{7}$ и углом A, равным $60°$. Высотой пирамиды $SABCD$ является отрезок SO, где O – точка пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$. Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью, параллельной диагонали основания BD и проходящей через середину ребра SC и точку P, лежащую на высоте пирамиды SO, причем $SP=2PO$, если расстояние от точки S до плоскости сечения равно $3\sqrt{3}/2$. (20 баллов)

6. За время освоения космического пространства на различных орбитах скопились сотни тысяч объектов космического мусора. Дальнейшее использование космического пространства может быть существенно осложнено возрастающей угрозой столкновения с этим мусором. Согласно результатам исследований удаление 3-5 крупных объектов в год с низких околоземных орбит позволяет предотвратить цепную реакцию роста объектов космического мусора в будущем. На данный момент работающей технологией по утилизации космического мусора является увод старых спутников. Это можно сделать с помощью аппаратов-захватчиков, которые буксируют мусор на орбиты для захоронения.



Рассмотрим плоскость орбиты захоронения. Пусть крупный фрагмент мусора движется в этой плоскости по эллиптической орбите с большой полуосью, равной 9000 *км*. (Для удобства вычислений все расчеты будем производить в тысячах километров.) Пусть уравнение траектории движения обломка задано следующим образом: $81x^2+65(y-4)^2=5265$.

На некотором удалении от указанной орбиты находится космическая научная станция, уравнение движения которой $36x^2+20(y-4)^2=720$. С нее стартует летательный аппарат, который движется по переходной эллиптической траектории: $\frac{x^2}{25}+\frac{(y-y_0)^2}{z^2}=1$. Он должен совершить маневр по переходу с одной орбиты на другую и плавно подойти к обломку для изменения его скорости и направления движения.

Известно, что скорость движения по эллиптической орбите вида $\frac{x^2}{b^2}+\frac{(y-c)^2}{a^2}=1, \quad a \ge b,\ c=\sqrt{a^2-b^2}$, с большой полуосью, равной a, вычисляется по формуле $V=\sqrt{\mu\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right)}$, $\mu \approx 3{,}9\cdot 10^5 км^3/c^2$ -гравитационный потенциал Земли, r – расстояние от начала координат, расположенного в одном из фокусов эллипса, до движущейся точки.

Найдите максимальную скорость движения осколков космического мусора на указанной орбите. Определите параметры z, y_0, если известно, что переходная траектория должна проходить через точку, в которой скорость движения обломков максимальна и проходить через точку орбиты научной станции, в которой скорость движения станции минимальна. Выпишите уравнение переходной орбиты. (20 баллов)

вариант №2 (Математика - 10 класс)

1. Имеется семь карточек с буквами С, О, Б, А, Ч, К, И. Сколькими способами можно расположить все карточки в ряд так, чтобы не было трех согласных подряд и не было двух гласных подряд? (12 баллов)

2. Пусть x, y, z – корни многочлена $P(t)=t^3-4t+2$. Найдите $x^7+y^7+z^7$. (16 баллов)

3. В треугольнике ABC угол B равен $60°$, отрезок CH - высота. Окружность с центром в точке O_1 и радиусом $R=\sqrt{13}$ описана около треугольника ABC. В треугольник BCH вписана окружность с центром в точке O_2 и радиусом $r=3-\sqrt{3}$. Найдите длину O_1O_2. (16 баллов)

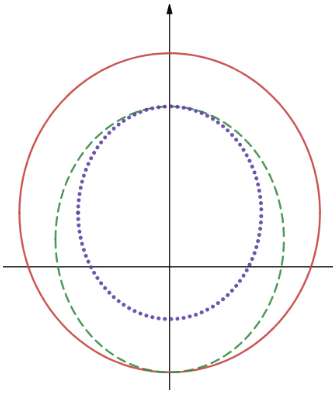
4. Найдите все значения x, для которых неравенство

$\sqrt{2(x+2)^2+8x+a-7}>(a+1)x^2+a(2x-1)-15$ верно для любого $a\in[-3;-1]$.

(16 баллов)

5. Основанием четырехугольной пирамиды $SABCD$ является параллелограмм $ABCD$ со сторонами $AB=\sqrt{13}$, $BC=4\sqrt{13}$ и углом A, равным $60°$. Высотой пирамиды $SABCD$ является отрезок SO, где O – точка пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$. Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью, параллельной диагонали основания BD и проходящей через середину ребра SC и точку P, лежащую на высоте пирамиды SO, причем $SP=2PO$, если расстояние от точки S до плоскости сечения равно $2\sqrt{3}$. (20 баллов)

6. За время освоения космического пространства на различных орбитах скопились сотни тысяч объектов космического мусора. Дальнейшее использование космического пространства может быть существенно осложнено возрастающей угрозой столкновения с этим мусором. Согласно результатам исследований удаление 3-5 крупных объектов в год с низких околоземных орбит позволяет предотвратить цепную реакцию роста объектов космического мусора в будущем. На данный момент работающей технологией по утилизации космического мусора является увод старых спутников. Это можно сделать с помощью аппаратов-захватчиков, которые буксируют мусор на орбиты для захоронения.



Рассмотрим плоскость орбиты захоронения. Пусть крупный фрагмент мусора движется в этой плоскости по эллиптической орбите с большой полуосью, равной 7000 *км*. (Для удобства вычислений все расчеты будем производить в тысячах километров.) Пусть уравнение траектории движения обломка задано следующим образом: $49x^2 + 40(y-3)^2 = 1960$.

На некотором удалении от указанной орбиты находится космическая научная станция, уравнение движения которой $25x^2 + 16(y-3)^2 = 400$. С нее стартует летательный аппарат, который движется по переходной эллиптической траектории: $\frac{x^2}{25} + \frac{(y-y_0)^2}{z^2} = 1$. Он должен совершить маневр по переходу с одной орбиты на другую и плавно подойти к обломку для изменения его скорости и направления движения.

Известно, что скорость движения по эллиптической орбите вида $\frac{(x)^2}{b^2} + \frac{(y-c)^2}{a^2} = 1, \quad a \geq b, \ c = \sqrt{a^2 - b^2}$, с большой полуосью, равной a, вычисляется по формуле $V = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$, $\mu \approx 3{,}9 \cdot 10^5 км^3/c^2$ -гравитационный потенциал Земли, r – расстояние от начала координат, расположенного в одном из фокусов эллипса, до движущейся точки.

Найдите минимальную скорость движения осколков космического мусора на указанной орбите. Определите параметры z, y_0, если известно, что переходная траектория должна проходить через точку, в которой скорость движения обломков максимальна и проходить через точку орбиты научной станции, в которой скорость движения станции минимальна. Выпишите уравнение переходной орбиты. (20 баллов)